

數學建模競賽寫作課程

W3：建立可信度——假設、效度驗證與敏感度分析

Kenneth Sok Kin Cheng

修訂日期：2026 年 8 月 20 日

學習目標

完成本節兩小時課堂後，學生應能夠：

- 解釋假設、運算／程式核證、模型效度驗證、敏感度及不確定性在模型報告中扮演的不同角色；
- 編寫一份四部分的假設卡：陳述、理由／證據、模型後果及壓力測試；
- 區分數學建模的假設與定義、參數值、範圍選擇或數學要求；
- 建構一份假設追蹤表，將每個假設與方程式、輸出及測試聯繫起來；
- 區分運算 / 程式核證與模型效度驗證，並區分兩者與校準 (calibration)；
- 根據模型的目的和可用資料，選擇適當的效度驗證證據；
- 設計逐一變動、情境、結構及以模擬為本的敏感度檢查；
- 以輸入範圍、輸出指標、決策改變及實務啟動條件報告敏感度；
- 區分參數敏感度與估計結果的不確定性；
- 撰寫精簡的可信度段落，以證據支持建議，而非只以形容詞稱讚建議。

1 可信度來自證據結構，而非自信形容詞

只有當讀者看得見結論為何值得認真考慮，模型才真正有用。「我們的模型準確而穩健」這句話本身不會增加可信度；可信度來自一條清楚可追溯的證據鏈，把現實詮釋、檢驗結果與決策後果連接起來。

官方競賽指引亦強調這點。現行 COMAP 指引要求團隊陳述假設及其理由，並分析假設被改變或移除時，結果有多敏感。IM²C 資源則把數學建模描述為一個反覆循環：解答必須回到現實情境接受檢驗與評估。章節名稱可以不同，但舉證責任不會消失。

啟動活動：對可信度主張進行排序

某團隊建議採用四輛巴士。請由最欠說服力至最有用排列以下主張，再說明每項還欠甚麼證據。

1. 「我們的模型非常可靠。」
2. 「在基準資料下，所有巴士均符合 60 人容量限制。」
3. 「在 12 個留出上課日中，預測路線時間的平均絕對誤差為 2.4 分鐘。」
4. 「在 20 個需求情境中，四輛巴士在 18 個情境仍然足夠；總乘客數超過 240 人時則需要第五輛。」

後三項各自回答不同問題，任何一項都不能取代其餘兩項。

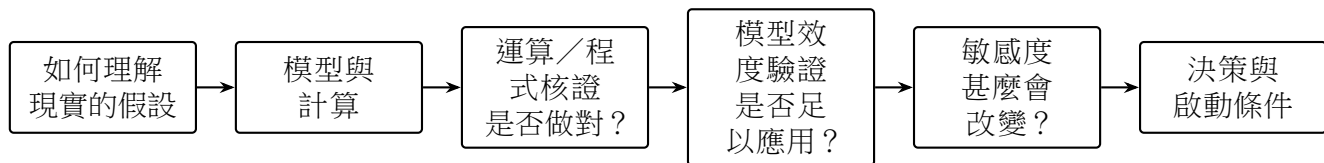


圖 1: 報告憑證據鏈建立可信度。任何薄弱環節都應化為適用條件或後續檢驗，而不是被隱藏。

必須避免合併的五個術語

術語	問題	典型證據
假設 (Assumption)	我們對系統作出哪項主張，才得以建立模型？	領域證據、資料規律、研究範圍的理由，以及明確交代的權衡。
校準 (Calibration)	哪些參數值令模型配合所選資料？	估計程序、訓練資料、目標函數與擬合值。
運算／程式核證 (Verification)	我們有否正確實作並求解所述模型？	單位、不變量、手算案例、程式測試、收斂及獨立實作。
模型效度驗證 (Validation)	模型是否足以應付原定用途？	留出資料、外部比較、實地證據、方法間預測比較及領域合理性。
敏感度／不確定性 (Sensitivity / uncertainty)	輸入與知識上的不確定性如何影響輸出或決策？	擾動、情境、分佈、區間、替代模型結構及決策轉換。

檢查點：檢查點：在寫作前分類

對每個句子進行分類。

- 「我們由 40 個觀測服務時間估計服務率 μ 。」
 - 「當到達率設定為零時，模擬的佇列保持空著。」
 - 「預測平均等待時間與實際觀測相差 0.8 分鐘。」
 - 「把指數服務時間改為固定服務時間後，建議由三個服務台減至兩個。」
 - 「我們假設早上需求在 7:15 至 8:00 期間保持平穩。」
- 建議的標籤：校準、運算／程式核證、模型效度驗證、結構敏感度、假設。

2 把假設寫成可檢驗的建模選擇

假設既不是道歉，也不是羅列顯然事實。它是對系統作出的刻意選擇，會改變數學表示或結論的適用範圍。

四部分假設卡

對每項重要假設，請寫出：

- 陳述–甚麼？一項精確而且可能不成立的主張。
- 理由 / 證據–為甚麼？資料、文獻、領域知識，或公開而合理的簡化理由。
- 模型後果–影響？它會改變哪條方程式、哪種演算法、哪個參數或多少計算負擔？
- 風險 / 壓力測試–若不成立，又如何？假設可能如何失效？哪項敏感度分析或模型效度驗證可以回應風險？

第四部分把「假設」一節與後續證據接通，形成完整迴路。

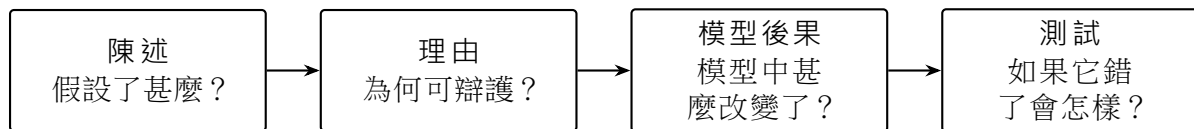


圖 2：一個完整的假設卡連接了詮釋、數學和後續的測試。

例題 1：學校巴士案例的假設卡

假設 A – 註冊乘客代表每日需求。

陳述。基準路線問題納入全部 226 名登記乘客，並假設每人都會在所建模的早上乘車。

理由。登記資料是唯一完整的乘客位置資料，亦為一般上課日提供較保守的需求估計。

模型後果。容量約束採用 226 個固定需求點，導出下界 $\lceil 226/60 \rceil = 4$ 輛巴士。

風險/測試。缺席及補登記的規律可能改變各區負荷，因此我們在 20 個地區需求情境中，把乘客數作 ± 10 擾動後重新執行模型。

假設 B – 已觀測的早上行車時間可套用於未來。

陳述。由 12 個一般上課日早上估計所得的路段行車時間，用作未來一般平日的代表值。

理由。資料已排除假日、道路工程與惡劣天氣；同一路段內的變異亦小於路段之間的變異。

模型後果。因此，可用固定行車時間矩陣評估路線，而毋須另建時變交通模擬器。

風險/測試。繁忙時段的擠塞可能延長所有路線。我們測試由 0.90 到 1.10 的乘性行車時間倍數，並設定延誤啟動條件。

模型檢視：不要將每個句子都放入假設部分

- “巴士容量為 60 人”可能是一個輸入或政策約束，而不是假設，如果它由問題指定。
- “若巴士 i 服務車站 j ，令 $x_{ij} = 1$ ”是一項定義。
- “每條路線必須從學校開始和結束”是一個可行性規則。
- “一般早上的行車時間保持穩定”是一項假設，因為現實可能不符合它。
- “我們只研究早上行程”是一個範圍決策；請在引入範圍的地方解釋它，並記錄它對結論的影響。

該部分應該包含重要的選擇，而不是報告中使用的每一個事實。

假設追蹤表

假設追蹤表可防止重要假設在第 3 頁後消失。

假設	進入之處	若不成立的風險	證據或測試
每日需求 = 226	容量和路線分配	超載或不必要的車隊	需求情境；240 名乘客的閾值
路段時間穩定	時間矩陣和乘載限制	低估最長車程	留出 GPS 誤差；0.90–1.10 時間因子
無道路封閉	最短路徑網絡	不可行的計劃路線	移除使用最多的道路的情境
每個車站代表一個接載群組	需求聚合	額外的步行負擔	最大步行距離檢查

沒有下游影響的假設可能是不相關的。沒有測試的高風險假設是一個可見的證據差距。

檢查點：假設審核

在你的現有專案中，選一項假設，畫線標出直接依賴它的方程式、資料處理步驟或演算法。然後寫下將報告其壓力測試的句子。如果無法識別，請修改或刪除該假設。

3 運算 / 程式核證：我們有否正確求解所述模型？

運算／程式核證關心的是所寫數學及程式實作是否正確。模型即使完全通過核證，仍可能不適用於現實；反過來，概念上合適的模型也可能因程式錯誤而產生錯誤結果。

實用的核證方法

1. 量綱 / 單位檢查：每個方程式的兩邊都具有相容的單位。
2. 約束檢查：報告的每一個解都滿足容量、非負性、預算、守恒和邏輯規則。
3. 極限情況或手算案例：重現一個答案已知的小型案例。
4. 不變量檢查：守恒總量維持不變；概率總和為一；流量保持平衡。
5. 數值精煉：縮小步長或收緊容差後，輸出只出現可忽略的變化。
6. 獨立實作：由另一種方法、另一套軟件或另一位組員重現關鍵結果。
7. 可重現記錄：如這些設定會影響結果，須記錄資料版本、隨機種子、求解器設定與停止規則。

選擇切合模型的檢查，不要只寫一段空泛文字，聲稱「程式已經檢查」。

例題 2：運算 / 程式核證段落

在解釋最佳化路線前，我們先核證可行性與程式實作。所有 226 名學生都被恰好分配一次，沒有巴士超過 60 人容量，每條路線都從學校開始和結束，計算出的路線距離等於所含路段長度之和。在六站手算案例中，程式重現了窮舉所得的 18.6 公里最優解。由 50 個隨機初始解啟動局部搜尋，其中 43 次得到相同的最佳目標值；所有執行結果亦均在該值的 0.7% 以內。這些檢查顯示，所報方案確實是所述路線模型的一致輸出；它們尚未證明行車時間假設能代表未來的早上。

模型檢視：校準不等於效度驗證

擬合的迴歸可以匹配其訓練資料，因為其參數是為了做到這一點而選擇的。若把佇列模型的服務率校準至樣本平均值，模型自然可以重現該平均值。這建立了校準，而非獨立的效度驗證。

為測試保留一些證據：較後時段、留出地點、外部案例、另一項可觀測量或獨立方法。當資料稀少時，應說明限制，而不是將在樣本內擬合稱為「效度驗證」。

4 模型效度驗證：模型是否足以支援決策？

模型效度驗證取決於目的。路線時間模型即使不能把每段車程精確預測至分鐘，仍可能足以比較兩套路線方案。報告必須說明用途、指標、比較對象與接受準則。

模型效度驗證主張範本

完整的模型效度驗證主張須回答四個問題：

1. 目標 (Target): 測試的是何種可觀察或與決策相關的量？
2. 比較對象 (Comparator): 與何種資料、基準、替代方法或既定範圍進行比較？
3. 指標 (Metric): 誤差、一致率、秩相關係數、覆蓋率或定性模式？
4. 判斷 (Judgment): 為何這種一致程度足以應付模型的原定用途？

範例：「在 12 個留出早上中，路線時間預測的平均絕對誤差為 2.4 分鐘，最大誤差為 5.1 分鐘。由於候選路線相差 8–19 分鐘，此精度足以用來排序方案，卻不足以承諾準確到達時間。」

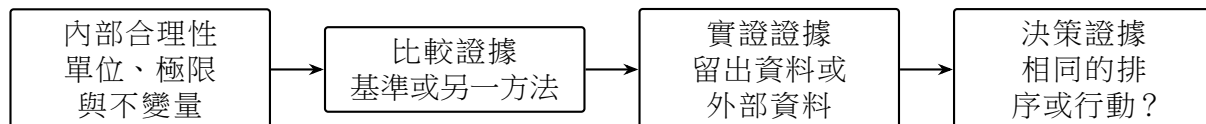


圖 3: 證據越獨立、越接近原定決策，模型效度驗證通常越有力；但不是每個專案都能達到每個層級。

按模型類型選擇驗證證據

模型類型	有用的效度證據	應避免的弱替代方案
迴歸／預測	留出誤差、殘差規律、基準比較、區間覆蓋	只報告訓練 R^2
最佳化	可行性、下界／上界、與基準方案或標準測例比較、情境表現	未交代最優性差距或適用範圍，便稱求解器輸出為「最優」
模擬	手算案例、解析特例、重複試驗的收斂、模型輸出與資料比較	只執行一次，而且不報告隨機種子或不確定性
動態模型	初始條件重現、守恆性、定性趨勢、樣本外軌跡	擬合於相同資料的視覺上相似曲線
決策指標／排序	專家或外部排序、首選方案的穩定性、已知案例的回測	沒有外部標準的高內部一致性

例題 3：以基準與留出資料作模型效度驗證

我們從兩個層級檢驗路線模型對決策是否足夠。

行車時間預測。建立模型時留出十二個上課日早上的資料。在 48 個「路線一日期」組合中，平均絕對誤差為 2.4 分鐘，最大誤差為 5.1 分鐘。誤差沒有隨路線長度而系統性增加。

決策比較。在全部 12 個早上中，模型都把現有方案排在建議方案之後。每名乘客的實際平均差異為 13.6 分鐘，模型預測則為 14.7 分鐘。雖然個別路線時間仍有不確定性，但建議方案在留出資料下仍然成立。

檢查點：修復效度句子

弱：“我們的模型與真實資料高度一致，因此是有效的。”

請加入目標、比較對象、指標與決策判斷，再重寫此句。不要絕對地聲稱「模型有效」；模型效度驗證只支持模型對某項指定用途是否足夠，而非證明普遍真理。

5 敏感度與不確定性：決策能否經得起變動？

敏感度分析改變輸入或建模選擇，再量度其影響。不確定性分析則表示我們對輸入或隨機輸出所知不完整，並以範圍或分佈報告。兩者相關但並不相同。

四種有用的敏感度分析層次

1. 局部 / 逐一變動 (OAT) 敏感度：固定其餘輸入，只讓一項輸入在合理範圍內變動。方法快速而易於解釋，但看不到交互作用。
2. 情境分析：在一般日、繁忙日與中斷日等連貫的情境中，同時改變多個輸入。
3. 結構敏感度：替換分佈、目標、函數形式、聚合規則或模型族。
4. 全域 / 模擬基礎敏感度：對不確定輸入作聯合抽樣，再研究輸出分佈或重要性指標。

方法應配合決策。簡單的雙參數模型可能只需 OAT 加一項結構檢查；非線性隨機系統則可能需要聯合抽樣。

以決策語言報告敏感度

對每項被改變的輸入，請說明：

1. 名目值和合理範圍；
2. 輸出指標和基準值；
3. 輸出變化的幅度或方向；
4. 建議、排名、可行性或閾值是否改變；
5. 結果對資料蒐集或應變規劃有何含義。

結果可以在數值上敏感而決策不變，也可以數值看似穩定卻非常接近硬性約束。因此，輸出變化與實際行動都要報告。

例題 4：OAT 表格與決策邊界

輸入 / 測試	基準值	下限	上限	決策影響
總乘客數	226	206	246	少於 241 人時用四輛；246 人時用五輛
行車時間倍數	1.00	0.90	1.10	路線方案不變；超過 1.02 時 45 分鐘限制失效
巴士容量	60	54	66	容量 54 人時用五輛；容量 60 或 66 人時用四輛
目標中的距離權重	1.00	0.75	1.25	同一車隊；路線順序略有改變
道路可用性	全部路段	–	移除使用量最高的路段	四輛巴士仍然可行；距離增加 6.8 公里

車隊建議在中等幅度的行車時間與網絡變化下保持穩定，但會在兩個清晰閾值改變：乘客數超過 240 人，或有效容量低於 57 人。車程服務標準較車隊規模脆弱，因此時間表需要預留緩衝。

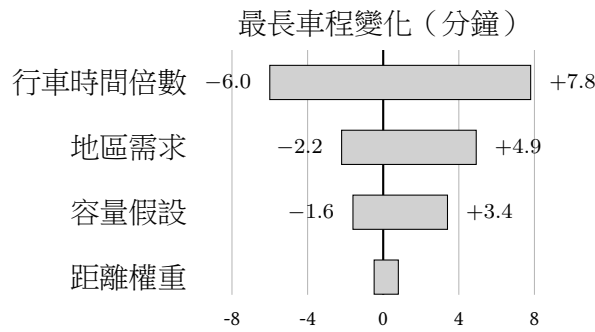


圖 4：示意旋風圖。橫條顯示在指定輸入範圍內的輸出變化；圖本身不表示發生概率或決策閾值。

模型檢視：旋風圖必須有表格作依據

沒有說明輸入範圍的橫條圖無法重現；排序後的橫條亦不能顯示參數交互作用或發生機率。請在表格或圖說列出名目值與範圍，再以正文指出與決策相關的閾值。

可選的標準化敏感度

當輸入具有不同的單位時，局部彈性可以幫助比較相對影響：

$$E_{y,x} \approx \frac{\Delta y / y_0}{\Delta x / x_0}.$$

彈性為 1.5 意味著輸入變化 1% 約產生輸出變化 1.5%，在基準值附近。這只是局部摘要，不能證明全域關係呈線性。

例題 5：結構敏感度改變建議

最小總距離的模型形式產生 82.0 公里的方案，但有一組學生仍須在巴士上乘坐 51.0 分鐘。把目標改為會懲罰最長車程的平衡目標後，所得方案為 87.4 公里，最長車程為 44.1 分鐘。因此，建議對目標函數具有結構敏感度。我們不會只因總距離較短，便稱 82.0 公里方案「更好」。我們建議採用平衡方案，因為它符合既定服務標準；同時也須報告此選擇多走 5.4 公里的效率代價。

6 整合案例：寫出完整的可信度論證

以下例子沿用 W2 的校車證據，示範同一組數值分析如何分別寫成三個功能不同的報告段落。

例題 6：可直接用於競賽報告的假設段落

A1：一般日需求。我們假設全部 226 名登記乘客都會在目標早上乘車。登記資料是唯一完整而附有地理位置的需求資料集，亦給出較保守的基準。此假設固定容量需求，並導出至少四輛 60 座巴士的下界。由於缺席與新增登記會重新分配各區負荷，第 7 節測試 20 個地區需求情境，並報告車隊改變的閾值。

A2：可套用的行車時間。路段行車時間由 12 個一般上課日早上估計，並視為未來一般平日的代表。這樣毋須另建交通流模擬，亦可透過同一個時間矩陣比較候選路線。此假設在交通中斷日較不可靠，因此模型效度驗證採用留出早上的資料，而敏感度分析則把所有路段時間乘以 0.90 至 1.10 的倍數。

例題 7：可直接用於競賽報告的核證與效度驗證段落

運算 / 程式核證。每名乘客恰好獲分配一次；所有容量限制、以學校為起點及終點的要求，以及路線連續性均獲滿足。程式重現六站窮舉所得的最優解，並在 50 個隨機起點中的 43 個得到同一最佳目標值。

模型效度驗證。在 12 個留出早上中，預測路線時間的平均絕對誤差（MAE）為 2.4 分鐘，最大誤差為 5.1 分鐘。模型預測建議方案可把平均乘車時間縮短 14.7 分鐘，實際觀測改善則為 13.6 分鐘。兩者的一致程度足以支援方案比較，但個別到達時間仍須預留緩衝。

例題 8：可直接用於競賽報告的敏感度與決策段落

各地區最多 ± 10 名乘客的需求擾動下，四輛巴士方案在 20 個情境中的 18 個仍然可行。兩個失敗情境均出現在總乘客數超過 240 人總容量時。行車時間擾動不改變車隊規模，但一般日路段時間增加約 2% 以上，便會超出 45 分鐘服務限制。移除使用量最高的道路會令距離增加 6.8 公里，卻不改變車隊建議。

因此，我們建議一般日使用四輛巴士，時間表預留三分鐘緩衝；預測乘客數達 236 人時提早檢視車隊，確認乘客數達 241 人或預測有重大中斷時，則啟用第五輛巴士。這是附有條件的實務建議，並非宣稱四輛巴士在所有情況都足夠。

為何這三個部分不應相互重複

- 假設 在呈現結果之前解釋了選擇並確定了風險。
- 運算 / 程式核證與模型效度驗證 顯示模型實作與預測是否可信。
- 敏感度 / 不確定性 顯示輸出或決策在哪裏改變，並把邊界轉化為啟動條件。

在所有三個部分中重複「模型是合理的」會浪費空間並使證據變得不可見。

7 削弱可信度的寫法

模型檢視：修正這些常見的誇大說法

薄弱措辭	以證據修正
“假設是合理的。”	說明來源、觀察到的範圍、簡化的益處以及失效模式。
“模型是經過驗證的。”	說明測試的目標、資料或基準、指標以及預期的用途判斷。
“結果是穩健的。”	說明輸入範圍、輸出變化以及決策是否改變。
“誤差很小。”	提供指標、單位、基準尺度和比較對象。
“蒙地卡羅證實了模型。”	說明採樣了甚麼、重複了多少次、不確定性以及重現了哪個分析聲明。
“改變假設影響很小。”	說明改變的假設，並量化輸出或決策的變化。

檢查點：證據句測試

圈出你目前談論可信度的段落中每個形容詞：合理、準確、現實、可靠、穩健、穩定、可忽略、顯著。逐一加入令其可量度的證據，否則刪去。

8 分層寫作工作坊

核心路線：建立假設追蹤表

對一個飯堂排隊模型，利用以下候選假設完成四列追蹤表：平穩到達率、獨立到達、固定服務台數，以及沒有顧客中途離開。每列須指出假設進入模型的環節、不成立時的風險，以及一項壓力測試。

挑戰路線：設計驗證計劃

一項迴歸模型預測自行車使用量，依賴於溫度、降雨量、一天類型和路線長度。你有 180 個每日觀測值。請提出：

1. 一種校準程序；
 2. 兩項運算／程式核證檢查；
 3. 留出資料上的兩項模型效度驗證指標；
 4. 一個基準模型；
 5. 一個關於該模型是否足以為自行車儲存設施進行人員配置的標準。
- 不要僅使用訓練 R^2 作為唯一證據。

延伸路線：將不確定性轉化為決策規則

某水庫模型預測，日放水量為 24 ML 時，儲水量在 100 個抽樣氣候需求情境中的 91 個維持於安全閾值以上。日放水量降至 22 ML 後，成功情境增至 100 個中的 98 個，但農場供水減少 8%。請寫出一項建議，交代權衡、不確定性，以及轉換政策的啟動條件。

同儕審閱：無作者解釋

交換草稿並回答：

1. 哪個假設產生最大的決策風險？
2. 哪些內容經過運算／程式核證？哪些內容接受了模型效度驗證？

3. 是否有任何校準證據被錯誤地稱為模型效度驗證？
 4. 哪個敏感度範圍最具決策相關性？
 5. 在哪個閾值時建議發生變化？
 6. 哪一句話超出了證據的範圍？
- 即使作者不在旁補充解釋，可信度段落也必須站得住腳。

9 課末檢核與 W4 準備

課末檢核

為你的現有專案撰寫四個句子：

1. 一張完整的假設卡，壓縮成一到兩句話；
2. 一個具體的檢查，包含一個運算／程式核證的論點；
3. 一項包含比較對象與指標的模型效度驗證主張；
4. 一項包含決策改變條件的敏感度主張。

如果這四個句子可以互相替換，則區別尚未明確。

W3 重點整理

1. 假設應與方程式、風險和後續測試相連。
2. 運算／程式核證詢問所陳述的模型是否被正確求解；模型效度驗證詢問它是否足以達成既定目的。
3. 校準使用資料來設定參數，不應作為獨立的效度驗證來呈現。
4. 敏感度分析需要輸入範圍、輸出指標與決策後果。
5. 結構敏感度通常比重複擾動數值參數更能揭示資訊。
6. 不確定性應成為區間、概率、情境頻率或實務啟動條件。
7. 可信度是透過可追溯的證據贏得的，而非透過形容詞。

在 **W4**：建模報告的學術英語，我們會由證據架構轉向句子與段落控制：主張力度、審慎語氣、主動語態、方程式整合、銜接，以及常見翻譯問題。

附錄 A：假設追蹤表

假設陳述	理由 / 證據	模型後果	風險與計劃測試

附錄 B：模型效度驗證計劃矩陣

待測試論點	獨立證據	指標	比較對象	充分性規則

附錄 C：敏感度報告句式

- 將 [輸入] 從 [下限] 變為 [上限]，會使 [輸出] 從 [數值] 變為 [數值]，而 [決策] 保持不變。
- 當 [輸入] 約跨越 [閾值] 時，建議從 [A] 切換到 [B]。
- 在所有測試的輸入中，[參數] 對 [指標] 有最大的影響； $\pm X\%$ 的變化會產生 [輸出範圍]。
- 用 [替代方案] 替換 [模型假設]，表明對 [特徵] 存在結構敏感度，從而改變了 [輸出/決策]。
- 在 [數字] 個共同採樣的情境中，[決策] 在 [數字或百分比] 內是可行的；當 [條件] 發生時，失敗會主要發生。
- 數值輸出是敏感的，但排名保持穩定，因為 [邊際或閾值]。

附錄 D：把結果稱為穩健之前

請檢查報告是否陳述了以下內容：

- ☐ 輸入或假設有所變化；
- ☐ 合理範圍及其來源或理由；
- ☐ 輸出指標與基準值；
- ☐ 輸出中的數值變化；
- ☐ 是否改變了可行性、排名或建議；
- ☐ 考慮的交互作用或結構替代方案，以及相關材料；
- ☐ 測試所指向的實務閾值或應對措施。

附錄 E：本課使用的官方資源

- **COMAP HiMCM/MidMCM Tips Article**：強調假設及其理由、清晰的建模過程、敏感度、優劣勢、結論和可讀的呈現。
- **COMAP Problem Guidance Example**：說明可藉調整或移除假設來檢驗敏感度。
- **IM²C Mathematical Modelling Framework**：將建模呈現為一個涉及解釋、數學工作、評估和完善的循環過程。
- **IM²C Writing a Modelling Report**：強調清晰、完整的溝通，以便他人能夠評估和使用模型。

競賽特定的要求可能會改變。在每次競賽前，請重新檢查當前的官方規則和問題指示。

模型審核卡

在信任或傳達模型之前先作審核			
目的	模型要回答甚麼問題或支援甚麼決策？	資料	哪些輸入屬觀測、推導或模擬資料？
假設	哪些簡化可能改變答案？	單位	量綱與尺度是否一致？
運算 / 程式核證	方程、程式、限制與極限情況是否已核對？	模型效度驗證	是否用獨立證據檢驗預定用途下的表現？
不確定性	測量、參數、求解器及模型結構誤差如何影響結論？	倫理	誰受益、誰承擔風險，公平準則是甚麼？
可重現性	是否記錄資料來源、版本、種子與轉換？	溝通	主張是否有條件、可追溯且與決策相關？

延伸閱讀

- GAIMME：數學建模教育的教學與評核指引（SIAM / COMAP）
- HiMCM / MidMCM 競賽指引（COMAP）

來源、資料脈絡與授權

本講義依循 SIAM / COMAP GAIMME 報告對反覆建模與評核的觀點。競賽相關說明於 2026 年 8 月 20 日依據官方 COMAP HiMCM 規則核對；提交前仍須查閱當時最新規則。除非另有明確來源，課堂資料與數值情境均屬合成或模擬教學例子，不構成任何真實機構的實證主張。第三方參考資料沿用各自條款。Kenneth Sok Kin Cheng 的原創教材採用 CC BY-NC-SA 4.0 授權。

學生作答指引與檢核準則
封閉式計算題請列出定義、代入、單位及至少一項獨立檢查；本課的完整例題可作方法提示，但須自行完成數值。開放建模題按五項檢核：目的與輸出是否明確、資料與來源是否交代、假設與適用範圍是否合理、運算／程式核證與模型效度驗證是否可追蹤，以及不確定性、限制與建議是否互相一致。每項須附具體證據，而非只寫「已完成」。