

數學建模競賽的寫作課程

W1: 論文架構與評審導航

Kenneth Sok Kin Cheng

2026 年 8 月 20 日修訂

學習目標

在這節兩小時寫作課結束時，學生應能：

- 區分競賽規則與流傳但未經核證的寫作慣例，並在提交前驗證正確的規則集；
- 解釋建模報告中每個主要部分的職責；
- 組織報告，以便評審能快速定位答案、假設、證據和限制；
- 利用可追溯性地圖連結問題要求、模型、結果、模型效度驗證與結論；
- 運用基於證據的問題來評估論文，而非憑藉虛構的評分百分比；
- 使用什麼-為什麼-影響-測試的模式重寫欠充分的假設；
- 在撰寫正文之前，為競賽問題建立一個完整的各部分藍圖；
- 對草稿進行一次簡短的評審導航檢查。

1 論文是模型的介面

一個團隊可能擁有正確的數學推導、有用的程式碼和合理的建議。除非報告允許讀者重構推理過程，否則這些成果仍不能發揮應有作用。因此，競賽論文不是團隊工作歷程的流水帳。它是由問題通往可辯護決策的精心設計路徑。

啟動活動：60 秒搜尋測試

假設你正在評估一份不熟悉的 20 頁報告。您有六十秒時間來定位：

1. 主要建議；
2. 核心模型方程式或演算法；
3. 最重要的假設；
4. 一個效度驗證結果；
5. 一個限制。

哪些視覺或結構特徵能幫助您找到每一項？列出至少四項：章節標題、結果表格、方程式引用、圖表說明、粗體結論，或任務到章節的對應圖。

證據鏈

一份強有力的報告使以下鏈條清楚呈現：

問題 → 假設與數據 → 模型 → 結果 → 檢查 → 決策。

每個箭頭都是一個必須解釋的陳述。例如，一個假設應影響模型；一個數值結果應回答一個任務；一項效度驗證應影響建議中應表達的信心水平。

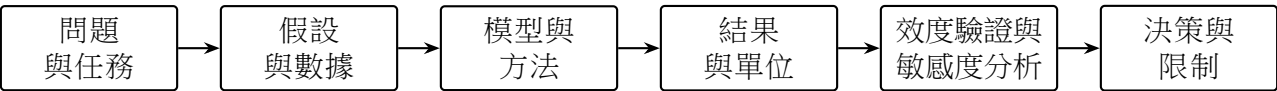


圖 1: 建模報告是一條證據鏈。缺失的環節比缺失的裝飾性章節更具損害性。

模型檢視：論文不是時間順序的故事

團隊通常按照他們的工作順序撰寫：失敗的嘗試、程式碼除錯、新想法、另一次失敗的嘗試、最終模型。評審需要的是邏輯順序。失敗的方法可以簡要提及以證明設計選擇，但主要敘事應呈現最清晰、最清楚、最可辯護的論證路徑。

2 規則摘要：寫作前先核證

格式規則是問題的一部分。它們會因競賽和年份而改變，因此團隊在寫作前應創建一份單頁合規表。下表記錄了與報告設計相關的 2026 年官方規則；在未來競賽前務必重新檢查當前的官方指示。

2026 報告格式比較		
	HiMCM 2026	IM ² C International 2026
團隊與工作窗口	最多四名學生；團隊可以在公佈的 14 天競賽窗口期間工作。	同一學校最多四名學生；連續五天的期間。
首頁	第 1 頁是摘要表。鼓勵提供目錄。	單頁摘要表，單頁目錄，然後是解決方案。
頁數計算	摘要加上最多 24 頁：總共 25 頁。包含目錄、參考文獻、註釋和附錄。	解決方案最多 24 頁；單頁摘要表和單頁目錄是分開的。結尾的參考文獻和附錄不計入 24 頁的解決方案限制。
字體格式	英文 PDF；可讀字體至少為 12 點。	英文；A4 紙，邊距至少 1.5 公分或 Letter 等效；至少 12 點。
識別資訊	頁首中包含控制號和頁碼；不包含學生、顧問或學校名稱。	頁首中包含控制號和頁碼；不包含學生、顧問或學校名稱。
人工智慧文件記錄	必須識別和引用使用 LLM 或其他人工智慧工具；在 25 頁解決方案之後附加一份單獨的人工智慧使用報告，不計入該限制範圍內。	遵循當前的 IM ² C 和區域指示；不要假設 HiMCM 的人工智慧報告格式會自動轉移。

檢查點：檢查點：哪些陳述是不安全的？

將每項陳述標記為安全或不安全，然後修復不安全的部分。

- “所有建模競賽都允許 25 頁。”
- “摘要應是第一頁。”
- “附錄從不計入頁數限制。”

4. “如果論文很長，使用 10 點字體是可以接受的。”
5. “團隊應在建立範本前核證當前的規則。”

模型檢視：合規層與寫作層

競賽規則告訴你必須提交什麼。寫作原則告訴你如何使推理易於跟隨。例如，HiMCM 要求提供摘要表，但規則並不保證摘要具資訊性。合規性是必要的；溝通品質仍然需要設計。

3 讀者優先的論文架構

原始草稿將某一種章節順序視為強制格式，這過於僵化。好的論文具有可辨識的共同功能，但當論證會因此更清晰時，相鄰功能可以合併。考驗不在於「我們是否完全使用這些標題？」，而在於「讀者能否找到每一項必要證據？」

建議的架構

層級	典型章節	讀者的問題
前言資料	摘要；目錄	團隊做了什麼並發現了什麼？各項內容位於何處？
定位	問題重述；目標；假設；符號；資料	具體回答了什麼，在什麼解釋下？
模型核心	基線模型；精煉模型；演算法；推導過程	為什麼選擇這個模型，以及它是如何運作的？
結果	數值或分析結果；圖形；決策表	答案是什麼，附帶單位和背景資訊？
證據	運算／程式核證；模型效度驗證；不確定性；敏感度分析	讀者應相信結果的原因，以及它在何時會改變？
決策	建議；優勢；限制；結論	接下來的行動是什麼，我們應該多謹慎些什麼？
後記資料	參考文獻；附錄；所需揭露資訊	資訊來自何處，支持細節在哪裡？

模型檢視：有用的靈活性

- 結果可以緊接在每個模型之後呈現，而不是出現在一個遙遠的「結果」章節中。
 - 當檢查對於理解該模型至關時，驗證可以與模型並列整合。
 - 如果優勢和限制是具體且可見的，則可以放在結論中。
 - 通常不需要單獨的文獻回顧章節；在介紹建模選擇的地方引用相關來源。
- 不應消失的是功能：假設、結果、檢查、限制和參考文獻必須保持可找到。

卡片排序活動：建立邏輯順序

將以下卡片排列成一個關於校車路線規劃問題的連貫論文路徑：

距離資料 路線演算法 最終路線 問題任務 假設 基準值

對行車時間的敏感度

建議

可能存在多種可辯護的順序。對於每一對相鄰的卡片，寫一句話解釋為什麼第二個依循第一個。

例題 1：連貫的排隊研究論文骨架

對於一個學校食堂的排隊問題，簡潔的章節規劃可能如下：

1. 問題詮釋。定義績效度量：平均等待時間、第 90 百分位等待時間和人員成本。
 2. 資料與假設。解釋如何估計到達時間和服務時間，以及何時泊松模型是合理的。
 3. 基線容量檢查。在模擬之前比較到達率 λ 和服務容量 $c\mu$ 。
 4. 離散事件模擬。陳述事件、狀態變數、演算法、預熱期和重複次數。
 5. 依據人員配置的結果。呈現一個包含等待時間、隊列長度、利用率和成本的表格。
 6. 模型效度驗證。在匹配的假設下，比較單伺服器模擬與分析的 M/M/1 結果。
 7. 敏感度分析。改變高峰到達率和服務時間分佈。
 8. 建議。選擇滿足服務目標的最小人員配置水平；在極端高峰期間說明限制。
- 該結構反映的是證據鏈，而不是團隊的工作日記。

4 評分準則解讀為證據地圖

HiMCM官方描述強調建模與問題解決、分析、結論、溝通、清晰度、支持和組織。IM²C 指引要求提供變數、假設、合理的模型設計、測試、敏感度以及優勢或弱點。這些來源未公佈原始草稿中使用的百分比權重。因此，請將以下內容作為一項教學視角，而非官方評分公式。

一份有力的報告需要回答的五個問題

1. 任務覆蓋度：團隊是否回答了問題陳述中的所有要求？
2. 模型推理：假設、數據選取和方法是否恰當且有充分的理由？
3. 數學執行：方程、演算法、計算和解釋是否正確？
4. 證據與穩健性：模型是否根據數據、理論、基準、極限情況或替代假設進行了檢查？
5. 溝通與合規性：讀者是否能遵循論證、定位結果、核實來源，並確認規則是否已遵守？

證據地圖

問題	清楚而有力的證據	弱信號
任務覆蓋度	任務列表、對應小節、最終答案表	僅隱含地或完全沒有回答任何任務
模型推理	假設的理由；基準到精煉的邏輯；方法選擇	一種時尚的方法出現，但沒有比較或需要
執行	定義的符號；推導的方程；可重現的演算法；單位	最終公式未附帶解釋或維度
證據	基準、數據對照、殘差、敏感度表、不確定性	「模型是準確且魯棒的」但沒有數值檢查
溝通	資訊充分的標題、結果呼叫、交叉引用、一致的符號表示	文字牆，隱藏答案，沒有標示的圖，符號漂移
合規性	正確的格式、匿名性、引文、披露、文件檢查	論文中的團隊名稱，錯誤的頁數，缺少來源文件

證據搜尋

閱讀任何建模論文的兩頁摘錄。針對上述五個問題中的每一個，標註一個提供證據的句子、方程、圖形或表格。如果找不到證據，請寫下修補該缺口的確切添加內容。

檢查點：檢查點

一篇文章使用進階遺傳演算法並報告了一個非常低的目標值。還剩下哪些證據問題沒有得到回答？請指出該論文還需要至少三種具體的檢查。

5 假設是設計決策

假設不應只是例行交代的一句話。它會改變可行的模型、參數的解釋以及建議的強度。

四部分假設模式

對於每一個重要的假設，請說明：

1. 內容 (**What**)：精確的簡化或主張；
2. 原因 (**Why**)：證據、領域推理或明確的實用必要性；
3. 影響 (**Effect**)：什麼成為可能，以及可能引入的扭曲；
4. 檢驗 (**Test**)：如何在之後檢查或變異該假設。

並非每一個次要的假設都需要四個單獨的段落，但每一個高影響的假設都應該使這四個想法可以被追溯。

例題 2：弱假設與改進

弱假設：“我們假設客戶的到達是泊松過程。”

改進後：“在 20 分鐘的尖峰間隔內，我們將客戶的到達建模為具有恆定速率 λ 的泊松過程。當到達大致獨立且觀察到的計數在該間隔內沒有明顯趨勢時，這是合理的。該假設允許指數間隔採樣以及與排隊公式的比較。由於學生可能成群地到達，我們還使用突發到達重新運行模擬並比較人員配置建議。”

重寫工作室

使用內容 – 原因 – 效果 – 檢驗來改寫以下假設中的兩個：

1. “交通速度是恆定的。”
2. “人口不遷移。”
3. “所有客戶都表現相同。”
4. “數據是準確的。”

劃線承認可能弱點的句子。一個強假設部分不應假裝簡化沒有代價。

模型檢視：不要將假設與其後果分開

開頭的一長串內容很容易被遺忘。當它們進入方程式時，請回顧假設：「根據假設 A2，到達率是恆定的，因此...」之後的敏感度分析應該確定哪些假設實際上已經被測試。這創造了可追溯性，而不是一個裝飾性的列表。

6 結果、模型效度驗證與敏感度分析必須清楚可見

一個結果不僅僅是一個數字。一個完整而有用的結果單元包含一個問題、一個量度指標、帶有單位的數值、一個比較以及一個決策的含意。

優先呈現結果單元

使用以下模式：

任務 → 量度指標 → 結果 → 比較 → 決策。

範例：「為了使第 90 百分位等待時間低於 6 分鐘，需要三個服務櫃檯。模擬估計為 5.4 分鐘（95% 間隔 5.1–5.7），而使用兩個服務櫃檯則為 8.9 分鐘。因此，我們建議在高峰期使用三個服務櫃檯。」

例題 3：緊湊的證據表

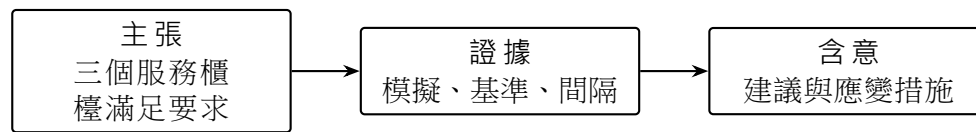
情境	服務櫃檯數	平均等待時間 (分鐘)	第 90 百分位	利用率
基準	2	4.8	8.9	0.91
建議值	3	2.1	5.4	0.64
到達率 +20%	3	3.6	7.2	0.77
服務速度 –10%	3	3.0	6.4	0.71

該表格不僅僅是顯示輸出。它揭示了當需求增加 20% 時，建議值未能達到目標，因此結論應包含高峰需求的應變措施。

模型效度驗證與敏感度分析並不相同

- 運算 / 程式核證：我們是否正確地解決或編寫了模型？範例：手動計算、守恆檢查、單元測試、收斂測試。
- 模型效度驗證：模型是否足夠好地代表真實系統？範例：留出數據、外部基準、專家預期、觀察到的趨勢。
- 敏感度分析：當輸入或假設改變時，結論如何變化？

- 不確定性分析：由於輸入或模擬的不確定性，報告的輸出有多不確定？
- 論文可能會使用不同的章節名稱，但它不應混淆這些任務。



一個標題或段落應解釋這三個框之間的關係；讀者不應僅從圖中推斷出來。

圖 2: 當主張、支持證據和決策含意被明確聯繫時，一個結果才會具有說服力。

檢查點：圖說測試

哪一個圖說較有力？為甚麼？

1. “圖 4. 敏感度分析。”
2. “圖 4. 將峰值到達率增加 20% 會導致即使使用三個服務櫃檯，第 90 百分位等待時間也超過 6 分鐘；因此，建議需要一個超載計劃。”

7 可追溯性與評審導航

一份報告應使讀者能夠追溯每一個問題要求到結果，以及每一項建議到證據。

任務至證據矩陣

在起草之前，請建立如下表格：

問題任務	模型 / 方法	結果位置	核查 / 限制
估算當前效能	排隊模擬	表 3, 第 5.1 節	與觀察樣本比較
選擇人手配置	成本－服務權衡	圖 6, 第 5.2 節	到達率敏感度
規劃特殊高峰期	情境模型	表 5, 第 6 節	高峰出現時間不確定

如果某一行有空欄，則報告尚未準備就緒。

評審導航稽核

交換藍圖或草稿。審閱者有 90 秒時間，不得向作者提問。記錄您找到的頁面或部分：

1. 每個問題任務；
2. 主要模型；
3. 主要數值結果；
4. 最強的效度驗證檢查；
5. 最具決策影響的敏感度結果；
6. 最終建議與限制。

在 90 秒內未找到的任何內容都需要結構性修復，而不僅僅是語法編輯。

模型檢視：導航非裝飾

目錄、編號方程式、描述性標題、圖注和交叉引用能減少讀者的搜尋成本。裝飾性的顏色、複雜的圖表和過多的方框不會自動改善導航。僅在揭示邏輯層次時才使用視覺層次結構。

8 整合藍圖工作坊

工作坊：在解決問題前設計論文

一所學校希望在 7:30 至 8:00 之間減少單一入口的擁堵。學生步行、乘私家車或巴士到校。學校可以改變車道分配、人員部署和到達引導。目標是在不造成門外不安全的隊列的情況下減少延誤。

團隊合作，產出一份單頁報告藍圖，包含：

1. 一個包含可測量輸出的三句話問題詮釋；
2. 一個任務清單和任務與證據矩陣；
3. 三個高影響的假設，以「什麼—為什麼—效果—測試」的形式呈現；
4. 一個基準模型和一個有根據的改進方案；
5. 一個建議的結果表，包含欄標和單位；
6. 一個運算核證檢查、一個模型效度驗證檢查，以及兩個敏感度情境；
7. 一個包含單句目的陳述的章節大綱；
8. 一個最終建議句子模板，包含一個條件和限制。

不要計算最終答案。產物是可辯護論文的架構。

分級路線

- 核心路線：使用確定性到達流模型和簡單的容量比較。
- 挑戰路線：添加時變到達量和離散事件模擬。
- 延伸路線：定義一個平衡延誤、成本和安全的多目標分數；解釋如何論證權重設定和測試它們。

所有路線必須保持相同的證據鏈和任務可追溯性。

9 進入 W2 的準備事項

W1 的要點

1. 規則是針對競賽和年份而異的。僅在檢查官方指示後才建立模板。
2. 標準架構是有用的，但章節名稱和位置應服務於邏輯證據鏈。
3. 不要將非官方的百分比權重視為官方的評分準則。請評估可見的證據。
4. 每個主要的假設都應揭示所做的假設、原因、其影響以及如何進行測試。
5. 結果必須易於定位，並且必須將數字與比較和決策聯繫起來。
6. 運算／程式核證、模型效度驗證、敏感度分析和不確定性回答不同的問題。

7. 一個任務與證據矩陣以及 90秒導航審核能及早暴露結構缺口。

檢查點：課末檢核

在四句話以內：

1. 說明你將對下一次報告進行的某個結構性更改；
2. 指出一個你將測試的假設，而不是僅僅陳述它；
3. 解釋模型效度驗證與敏感度分析之間的區別；
4. 陳述 W2 必須教會你關於單頁摘要的內容。

在 W2：撰寫摘要中，我們將通過四個功能來構建第一頁：問題、方法、定量結果和決策洞察。學生將診斷薄弱的摘要，並在不丟失證據的情況下起草逐步精簡的版本。

附錄 A：論文架構檢查表

審查問題	需要定位的證據
論文是否回答了所有任務？	任務列表、匹配的結果章節、任務與證據矩陣
讀者能否理解模型？	定義的符號、假設、推導或演算法、單位
讀者能否找到答案？	摘要、標註的結果表、明確的結論
實施是否經過核證？	手工算例、單元測試、守恆或收斂檢查
模型對現實的表徵是否通過效度驗證？	數據對照、基準、留出案例、預期趨勢
建議是否穩健？	參數和結構敏感度；不確定性區間
限制是否與決策相關？	建議可能失敗的條件
文件是否合規？	當前頁數限制、字體、匿名性、頁首、引用、披露
評審者能否快速導航？	具描述力的章節標題、圖表說明、交叉引用、一致的符號表述

附錄 B：獨立論文閱讀任務

選擇一篇最近的傑出 HiMCM 論文或已發表的 IM²C 作品。不要一開始便評斷數學內容。首先產生：

1. 其章節地圖；
2. 一個任務與證據矩陣；
3. 每個主要數值結果的首次位置；
4. 一個強假設、標題、效度驗證和限制的範例；
5. 一項值得借鑑的結構設計和一個你將更改的決策。

然後將報告與本課程中的五個證據問題進行比較。

附錄 C：本課程所核實的官方來源

- COMAP, 2026 HiMCM/MidMCM 競賽指示與規則。

- COMAP, HiMCM/MidMCM 提示文章。
- IM²C 挑戰概覽與建模要求。

規則可能會更改。在競賽前立即核實當前的官方文件。

模型審核卡

在信任或傳達模型之前先作審核

目的	模型要回答甚麼問題或支援甚麼決策？	資料	哪些輸入屬觀測、推導或模擬資料？
假設	哪些簡化可能改變答案？	單位	量綱與尺度是否一致？
運算 / 程式核證	方程、程式、限制與極限情況是否已核對？	模型效度驗證	是否用獨立證據檢驗預定用途下的表現？
不確定性	測量、參數、求解器及模型結構誤差如何影響結論？	倫理	誰受益、誰承擔風險，公平準則是甚麼？
可重現性	是否記錄資料來源、版本、種子與轉換？	溝通	主張是否有條件、可追溯且與決策相關？

延伸閱讀

- HiMCM / MidMCM 競賽指引 (COMAP)
- IM²C 挑戰概覽與建模要求 (International Mathematical Modeling Challenge)
- GAIMME：數學建模教育的教學與評核指引 (SIAM / COMAP)

來源、資料脈絡與授權

本講義依循 SIAM / COMAP GAIMME 報告對反覆建模與評核的觀點。競賽相關說明於 2026 年 8 月 20 日依據官方 COMAP HiMCM 規則核對；提交前仍須查閱當時最新規則。除非另有明確來源，課堂資料與數值情境均屬合成或模擬教學例子，不構成任何真實機構的實證主張。第三方參考資料沿用各自條款。Kenneth Sok Kin Cheng 的原創教材採用 CC BY-NC-SA 4.0 授權。

學生作答指引與檢核準則

封閉式計算題請列出定義、代入、單位及至少一項獨立檢查；本課的完整例題可作方法提示，但須自行完成數值。開放建模題按五項檢核：目的與輸出是否明確、資料與來源是否交代、假設與適用範圍是否合理、運算／程式核證與模型效度驗證是否可追蹤，以及不確定性、限制與建議是否互相一致。每項須附具體證據，而非只寫「已完成」。