正方形與四邊形包含式分類 — 教師解答

八下・正文 45–48 頁・正文第 23–24 課時

以兩題先備判斷支援需要；投影示範及帶做，再收集八題紙筆核心作答。補練及進階按需要選用，接受其他完整正確方法；本頁不保存學生紙筆答案。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

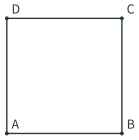
先備：平行四邊形、矩形、菱形及其判定。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

1. 3′ 預測三張條件卡的最強結論：平行四邊形加對角線等長、加對角線垂直、同時加兩項。
2. 8′ 用非正方形的4×3矩形、對角線6和8的非正方形菱形及正方形分類，逐一標記實際符合的條件；正方形同時保留在矩形、菱形及平行四邊形類別內。
3. 5′ 解釋為何單一對角線條件不足以判定正方形，而平行四邊形同時具兩項則足夠；對過強結論給反例。
4. 2′ 獨立完成：有一個直角的菱形是____，理由是____。

教師示範 1

ABCD 是矩形且 AB＝BC。證明它是正方形。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

矩形給出直角與對邊相等；AB＝BC 使四邊相等，故為正方形。

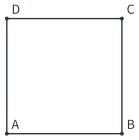
1. 由矩形前提得直角。
2. 對邊相等配合 AB＝BC，得四邊相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

帶做 2

ABCD 是菱形且有一個直角。說明為何是正方形。

1. 菱形 ⇒ 四條____的邊，且兩組對邊分別____。
2. 一角為 90°；鄰角為 $180^\circ - \square = \square$。
3. 四邊相等＋四角均為直角 ⇒ ____。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

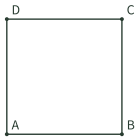
它四邊相等；又是有直角的平行四邊形，故四角均直角，因此是正方形。

1. 菱形是四邊相等的平行四邊形。
2. 一個直角給出矩形條件，再結合兩類性質。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 3

按包含式定義，正方形算矩形嗎？說明理由。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

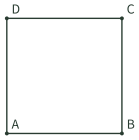
算；它符合矩形定義。

1. 四邊相等不會使它失去直角。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 4

正方形算菱形嗎？說明理由。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

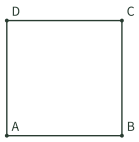
算；它四邊相等。

1. 額外的直角不會使等邊性質消失。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 5

矩形兩對角線互相垂直。寫出並說明其特殊分類。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

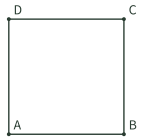
正方形：對角線垂直使此平行四邊形成為菱形，而它已是矩形。

1. 保留矩形前提，再用菱形判定。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 6

菱形兩對角線相等。寫出並說明其特殊分類。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

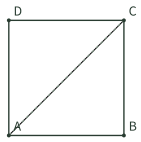
正方形：對角線相等使此平行四邊形成為矩形，而它已是菱形。

1. 把對角線相等與菱形所包含的平行四邊形前提合用。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 7

正方形邊長為 4 cm。精確求對角線，並指出所用直角三角形。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

$4\sqrt{2}$ cm。

$$4\sqrt{2}$$

1. 對角線與兩條 4 cm 邊組成直角三角形。
2. $AC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$；$AC = 4\sqrt{2}$ cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 8

矩形相鄰邊為 8 cm、6 cm。學生因圖上看來接近相等而稱它為正方形，改正說法。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

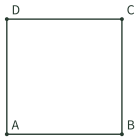
它是矩形，但不是正方形，因相鄰邊長不同。

1. 使用題給長度，不依賴外觀量度。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 9

每個正方形都是平行四邊形嗎？說明。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

是；兩組對邊分別平行。

1. 較特殊的分類不會排除較廣的類別。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 10

每個矩形必是正方形嗎？舉反例。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

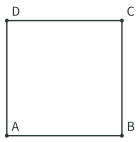
不一定；邊長 8 cm、6 cm 的矩形就是反例。

1. 直角不保證相鄰邊相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 11

正方形有 $AC = 4\sqrt{2}$ cm，求 BD。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

$4\sqrt{2}$ cm。

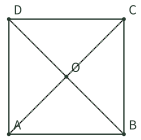
$$4\sqrt{2}$$

1. 正方形是矩形，所以對角線相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 12

正方形 ABCD 對角線交於 O。求 ∠AOB 並寫所承繼的性質。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

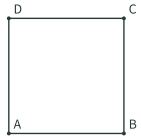
90°；正方形是菱形，對角線互相垂直。

1. 使用菱形對角線性質。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 13

正方形邊長為 4 cm，求面積及周長，分清單位。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

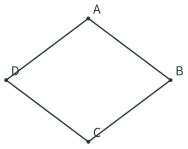
面積 16 cm²；周長 16 cm。數值相同，但單位不同。

1. 面積＝4×4＝16 cm²；周長＝4×4＝16 cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 14

已知一個簡單四邊形四邊相等，足以判定正方形嗎？



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

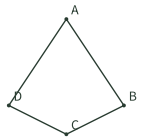
不足夠；圖中非正方形菱形四邊相等，卻沒有直角。

1. 正方形還需要直角條件。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 15

一般四邊形兩對角線相等且垂直，必是正方形嗎？檢查圖中箏形，指出欠缺的條件。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

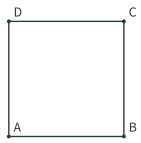
不一定；兩對角線同為 4 單位且垂直，但沒有互相平分，欠缺平行四邊形條件。

1. 垂直方向的對角線被分成 3 與 1。
2. 欠缺互相平分時，只有相等及垂直不能推出正方形。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 16

平行四邊形兩對角線相等且垂直。利用兩個不同判定，證明它是正方形。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

對角線相等判定為矩形；對角線垂直判定為菱形。同一四邊形同時屬兩類，故為正方形。

1. 兩個判定均須使用原有平行四邊形前提。
2. 結合直角與四邊相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。