矩形與菱形：對角線條件及逆向判定 — 教師解答

八下・正文 37–44 頁・正文第 19–22 課時

以兩題先備判斷支援需要；投影示範及帶做，再收集八題紙筆核心作答。補練及進階按需要選用，接受其他完整正確方法；本頁不保存學生紙筆答案。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：平行四邊形性質、勾股及全等。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

1. 3′ 預測非正方形的矩形與菱形有哪些共同對角線性質。
2. 8′ 紙上比較4×3矩形（對角線5）與頂點 (0,0)、(3,4)、(6,0)、(3,−4) 的菱形（對角線6、8）；分開記錄互相平分、等長及垂直，使用已知圖形條件，不從外觀推斷。
3. 5′ 指出共同的互相平分性質，以及等長、垂直的差異；用對角線判定矩形或菱形時保留平行四邊形前提。
4. 2′ 獨立判斷任意四邊形僅有對角線垂直是否必為菱形，指出欠缺條件。

教師示範 1

ABCD 是矩形，AC＝10 cm。求 BD，並寫矩形的特殊性質。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

$BD = 10$ cm。

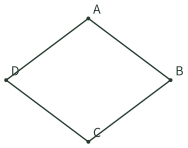
1. 矩形兩條對角線相等。
2. BD＝AC＝10 cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

帶做 2

ABCD 是菱形，AB＝5 cm。求 CD，說明為何不需計算對角線。

1. 菱形有____條相等的邊。
2. $AB = BC = CD = DA = \square$ cm。
3. 因此 CD＝____ cm；所需資料是邊長，不是對角線長。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

$CD = 5$ cm。

1. 菱形四邊相等。
2. CD＝AB＝5 cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 3

一個平行四邊形有一個直角，必屬哪種特殊圖形？



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

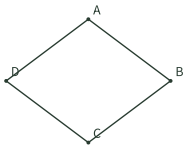
矩形。

1. 保留平行四邊形前提，使用一個直角的判定。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 4

平行四邊形有 AB＝BC，可推出哪種特殊圖形？



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

菱形。

1. 相鄰邊相等，再配合對邊相等，得四邊相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 5

ABCD 為平行四邊形且 AC＝BD。寫出這些條件足以支持的特殊分類。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

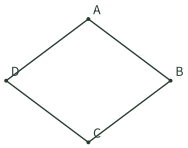
矩形；單憑對角線相等不能再保證正方形。

1. 把對角線相等與已知平行四邊形合用。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 6

ABCD 為平行四邊形且 AC⊥BD，可推出哪種特殊圖形？說明所需前提。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

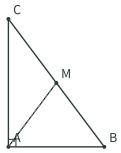
菱形；須把對角線垂直與平行四邊形前提合用。

1. 一般四邊形對角線垂直，不一定四邊相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 7

△ABC 中 ∠A＝90°，BC＝10 cm，M 是 BC 中點，求 AM。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

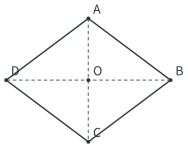
$AM = 5$ cm。

1. 直角三角形斜邊上的中線等於斜邊一半。
2. AM＝10/2＝5 cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 8

菱形兩對角線 AC＝6 cm、BD＝8 cm，交於 O。求邊 AB，交代所用兩項對角線性質。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

AB＝5 cm。對角線互相垂直且平分，得到直角邊 3、4。

1. AO＝3、BO＝4，且 ∠AOB＝90°。
2. $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$，所以 AB＝5 cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 9

每個矩形都是平行四邊形嗎？按包含式定義說明。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

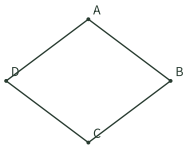
是；矩形是特殊的平行四邊形。

1. 加上直角條件後，兩組對邊仍平行。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 10

每個菱形必為矩形嗎？用圖中的非正方形菱形說明。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

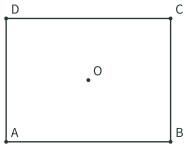
不一定；四邊相等不保證有直角。

1. 此菱形對角線垂直，但長度不相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 11

矩形 AC＝10 cm，對角線交於 O，求 BO。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

$BO = 5$ cm。

1. BD＝AC＝10，且 O 平分 BD。
2. BO＝5 cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 12

一般四邊形兩對角線相等，必為矩形嗎？用圖中梯形說明。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

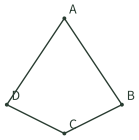
不一定；欠缺平行四邊形前提。

1. 等腰梯形對角線相等，但只有一組對邊平行。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 13

一般四邊形對角線垂直，必為菱形嗎？用圖中箏形說明。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

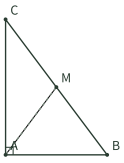
不一定；兩條上邊與兩條下邊長度不同。

1. 單憑垂直，不保證對角線互相平分或四邊相等。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 14

直角 △ABC 中，M 是斜邊 BC 中點，AM＝10 cm，求 BC。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

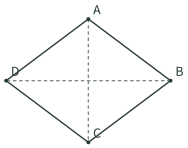
$BC = 20$ cm。

1. AM＝BC/2，所以 BC＝20 cm。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 15

菱形兩對角線為 6 cm、8 cm。分成四個直角三角形，推得其面積。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

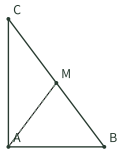
24 cm²。每個直角三角形直角邊為 3、4，面積為 6，共四個。

1. 對角線互相垂直且平分。
2. 總面積＝4×（3×4/2）＝24 cm²。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 16

在不退化三角形 ABC 中，M 是 BC 中點，且 AM＝BM。利用兩個等腰三角形的角，說明 ∠BAC 是直角。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

AM＝BM＝CM。設 ∠B＝x、∠C＝y，則 ∠A＝x＋y；2（x＋y）＝180°，所以 ∠A＝90°。

1. M 是 BC 內部的中點，故 $BM = CM$；配合已知 $AM = BM$，得 $AM = BM = CM$。
2. 由兩個等腰三角形，設 $\alpha = \angle BAM = \angle ABM$、$\beta = \angle MAC = \angle ACM$。
3. 三角形不退化且 M 在 B、C 之間，因此 $\angle A = \alpha + \beta$、$\angle B = \alpha$、$\angle C = \beta$。
4. 由三角形內角和，$(\alpha + \beta) + \alpha + \beta = 180^\circ$，所以 $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$。
5. 因此 $\angle BAC = \alpha + \beta = 90^\circ$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。