分式運算、整數指數與科學記數法 — 教師解答

八上・正文 83–96 頁・基訓第 42–48 課時

按需要使用示範及帶做，再完成八題核心；補練及進階按程度選用。要求學生交代理由，並驗算原方程或展開核對。

教師示範 1

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+1}$$

參考答案

(3x-1)/(x²-1)；x≠-1、1。

$$\frac{3x-1}{x^2-1}$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠-1、1。
2. 先通分，並把整個分子乘上所需因式。
3. (1)/(x-1)+(2)/(x+1) = ((x+1)+2(x-1))/((x-1)(x+1))。
4. 所以為 (3x-1)/(x²-1)，仍須保留 x≠-1、1。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

帶做 2

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x^2-4}{x+1}\div\frac{x-2}{x+1}$$

1. 原分母排除___；除式還須排除___。
2. 把÷改成乘倒數，因式分解，再約去___。

參考答案

x+2；x≠-1、2。

$$x+2$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠-1、2。
2. 把除法改成乘倒數；原除式仍不可為零。
3. (x²-4)/(x+1)÷(x-2)/(x+1) = ((x-2)(x+2))/(x+1)×(x+1)/(x-2)。
4. 所以為 x+2，仍須保留 x≠-1、2。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

先備 3

計算2^{-3}，說明負指數的意義。

$$2^{-3}$$

參考答案

1/8。

$$\frac{1}{8}$$

1. 負指數表示倒數，不表示負值。
2. $2^{-3}=1/2^3=1/8$。

- 使用題目所述關係並列出計算。
- 按題意寫出答案及單位。

先備 4

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x+1}{x-2}+\frac{2}{x-2}$$

參考答案

(x+3)/(x-2)；x≠2。

$$\frac{x+3}{x-2}$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠2。
2. 分母已相同，只把分子相加。
3. (x+1)/(x-2)+(2)/(x-2) = (x+1+2)/(x-2)。
4. 所以為 (x+3)/(x-2)，仍須保留 x≠2。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

獨立練習 5

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x^2-9}{x-1}\times\frac{x-1}{x+3}$$

參考答案

x-3；x≠1、-3。

$$x-3$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠1、-3。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. (x^2-9)/(x-1)×(x-1)/(x+3) = ((x-3)(x+3)(x-1))/((x-1)(x+3))。
4. 所以為 x-3，仍須保留 x≠1、-3。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

獨立練習 6

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{2}{x}-\frac{1}{x+1}$$

參考答案

(x+2)/(x(x+1))；x≠0、-1。

$$\frac{x+2}{x(x+1)}$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠0、-1。
2. 先通分，並把整個分子乘上所需因式。
3. (2)/(x)-(1)/(x+1) = (2(x+1)-x)/(x(x+1))。
4. 所以為 (x+2)/(x(x+1))，仍須保留 x≠0、-1。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

獨立練習 7

計算$(-2)^{-2}$，先寫成倒數。

$$(-2)^{-2}$$

參考答案

1/4。

$$\frac{1}{4}$$

1. 整個負底數在倒數中平方。
2. $(-2)^{-2}=1/(-2)^{2}=1/4$。

- 使用題目所述關係並列出計算。
- 按題意寫出答案及單位。

獨立練習 8

把 0.00056 寫成科學記數法，要求$1\le|a|<10$。

$$0.00056$$

參考答案

5.6×10^{-4}。

$$5.6\times10^{-4}$$

1. 移動小數點，得尾數5.6，其絕對值介乎1與10之間。
2. 用10^{-4}補償，所以 $0.00056=5.6\times10^{-4}$。
3. 核對正負號及小數的數量級。

- 使用標準化的非零尾數及整數指數。
- 保持原值及正負號。

離堂題 9

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{3}{x}\div\frac{6}{x}$$

參考答案

(1)/(2)；$x\neq0$。

$$\frac{1}{2}$$

1. 先由原分母及除式記錄 $x\neq0$。
2. 把除法改成乘倒數；原除式仍不可為零。
3. $(3)/(x)\div(6)/(x)=(3)/(x)\times(x)/(6)$。
4. 所以為 (1)/(2)，仍須保留 $x\neq0$。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

離堂題 10

把 0.000072 寫成科學記數法，要求1≤|a|<10。

$$0.000072$$

參考答案

7.2×10⁻⁵。

$$7.2 \times 10^{-5}$$

1. 移動小數點，得尾數7.2，其絕對值介乎1與10之間。
2. 用10⁻⁵補償，所以 0.000072=7.2×10⁻⁵。
3. 核對正負號及小數的數量級。

- 使用標準化的非零尾數及整數指數。
- 保持原值及正負號。

補練／家課 11

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1})(x^2+x)$$

參考答案

1；x≠0、-1。

$$1$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠0、-1。
2. 先完成減法，把x²+x分解成x(x+1)，再相乘約分。
3. ((1)/(x)-(1)/(x+1))(x²+x) = (1)/(x(x+1))x(x+1)。
4. 所以為 1，仍須保留 x≠0、-1。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

補練／家課 12

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x+2}{x}-\frac{2}{x}$$

參考答案

1；x≠0。

$$1$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠0。
2. 減去整個第二分子：(x+2)−2=x。
3. (x+2)/(x)-(2)/(x) = (x+2-2)/(x)。
4. 所以為 1，仍須保留 x≠0。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

補練／家課 13

把 -0.00032 寫成科學記數法，要求1≤|a|<10。

$$-0.00032$$

參考答案

-3.2×10⁻⁴。

$$-3.2\times10^{-4}$$

1. 移動小數點，得尾數-3.2，其絕對值介乎1與10之間。
2. 用10⁻⁴補償，所以 -0.00032=-3.2×10⁻⁴。
3. 核對正負號及小數的數量級。

- 使用標準化的非零尾數及整數指數。
- 保持原值及正負號。

補練／家課 14

計算(−2/3)⁻²。

$$(-2/3)^{-2}$$

參考答案

9/4。

$$\frac{9}{4}$$

1. 把底數取倒數，指數改為正2。
2. (−3/2)²=9/4。

- 使用題目所述關係並列出計算。
- 按題意寫出答案及單位。

進階 15

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1})\div\frac{2}{x^2-1}$$

參考答案

1；x≠-1、1。

$$1$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠-1、1。
2. 括號先化成2/(x²−1)，再除以同一個非零式。
3. ((1)/(x-1)-(1)/(x+1))÷(2)/(x²-1) = (2)/(x²-1)÷(2)/(x²-1)。
4. 所以為 1，仍須保留 x≠-1、1。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

進階 16

計算0.0003×0.0002，並把乘積寫成科學記數法。

$$0.0003\times0.0002$$

參考答案

6×10⁻⁸。

$$6\times10^{-8}$$

1. 0.0003=3×10⁻⁴，0.0002=2×10⁻⁴。
2. 尾數相乘，指數相加：3×2×10⁻⁸=6×10⁻⁸。
3. 尾數6已標準化；乘積為0.00000006。

- 使用標準化的非零尾數及整數指數。
- 保持原值及正負號。