分式：意義、取值限制與約分 — 教師解答

八上・正文 79–82 頁・基訓第 40–41 課時

按需要使用示範及帶做，再完成八題核心；補練及進階按程度選用。要求學生交代理由，並驗算原方程或展開核對。

教師示範 1

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x^2-9}{x-3}$$

參考答案

x+3；x≠3。

$$x+3$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠3。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. $(x^2-9)/(x-3) = ((x-3)(x+3))/(x-3)$。
4. 所以為 x+3，仍須保留 x≠3。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

帶做 2

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{2x^2+4x}{2x}$$

1. 原式限制：x≠___。
2. 分子分解成2x(___)；約去因式___，不是加減項。

參考答案

x+2；x≠0。

$$x+2$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠0。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. $(2x^2+4x)/(2x) = (2x(x+2))/(2x)$。
4. 所以為 x+2，仍須保留 x≠0。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

先備 3

哪個式子的分母含有字母？

$$\frac{1}{x+2}$$

A. x^2　　B. x+1

C. 1/(x+2)　　D. x/3

參考答案

1/(x+2)

$$\frac{1}{x+2}$$

1. 檢查原式的分母。
2. 只有1/(x+2)的分母含字母，且須排除x=−2。

- 選出符合題目條件的敘述，並說明理由。

先備 4

x=3時，求1/(x−2)的值，先檢查分母。

$$1/(3-2)$$

參考答案

1。

1. 分母為3−2=1，不為零。
2. 分式值為1/1=1。

- 使用題目所述關係並列出計算。
- 按題意寫出答案及單位。

獨立練習 5

寫取值限制。這個分式可否約分？

$$\frac{x+1}{x-4}$$

參考答案

(x+1)/(x-4)；x≠4。

$$\frac{x+1}{x-4}$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠4。
2. 沒有公因式可約去；解x−4=0得禁值。
3. (x+1)/(x-4) = (x+1)/(x-4)。
4. 所以為 (x+1)/(x-4)，仍須保留 x≠4。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

獨立練習 6

x取何值時(x−5)/(x+1)等於零？檢查原式有意義。

$$\frac{x-5}{x+1}=0$$

參考答案

x=5。

1. 分式為零須分子為零、分母不為零。
2. x−5=0得x=5；代入分母為6≠0。
3. 原分式為0/6=0，所以x=5可用。

- 寫出完整的去分母方程。
- 檢查原分母及原等式。

獨立練習 7

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x^2-16}{x+4}$$

參考答案

x-4；x≠-4。

$$x-4$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠-4。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. (x^2-16)/(x+4) = ((x-4)(x+4))/(x+4)。
4. 所以為 x-4，仍須保留 x≠-4。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

獨立練習 8

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x^2+3x}{x}$$

參考答案

x+3；x≠0。

$$x+3$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠0。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. (x²+3x)/(x) = (x(x+3))/(x)。
4. 所以為 x+3，仍須保留 x≠0。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

離堂題 9

化簡(x−2)/(x−2)。化簡後可否使用x=2？寫原限制。

$$\frac{x-2}{x-2}$$

參考答案

1；x≠2。

$$1$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠2。
2. 公因式不為零時才可約去；x=2時原式為0/0。
3. (x-2)/(x-2) = 1。
4. 所以為 1，仍須保留 x≠2。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

離堂題 10

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x+2}{x}$$

參考答案

1+(2)/(x)；x≠0。

$$1+\frac{2}{x}$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠0。
2. 可把分子各項分別除以x；x不是整個分子x+2的因式。
3. (x+2)/(x) = (x)/(x)+(2)/(x)。
4. 所以為 1+(2)/(x)，仍須保留 x≠0。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

補練／家課 11

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{3x}{6x}$$

參考答案

(1)/(2)；x≠0。

$$\frac{1}{2}$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠0。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. (3x)/(6x) = (3)/(6)。
4. 所以為 (1)/(2)，仍須保留 x≠0。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

補練／家課 12

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x^2-1}{x-1}$$

參考答案

x+1；x≠1。

$$x+1$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠1。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. $(x^2-1)/(x-1) = ((x-1)(x+1))/(x-1)$。
4. 所以為 x+1，仍須保留 x≠1。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

補練／家課 13

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x^2+2x}{x+2}$$

參考答案

x；x≠-2。

$$x$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠-2。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. $(x^2+2x)/(x+2) = (x(x+2))/(x+2)$。
4. 所以為 x，仍須保留 x≠-2。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

補練／家課 14

化簡，並保留原式的所有取值限制。

$$\frac{x-1}{x+1}$$

參考答案

(x-1)/(x+1)；x≠-1。

$$\frac{x-1}{x+1}$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠-1。
2. 分子、分母沒有共同的非常數因式；保留x≠−1。
3. (x-1)/(x+1) = (x-1)/(x+1)。
4. 所以為 (x-1)/(x+1)，仍須保留 x≠-1。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

進階 15

約分後公式為x+2。說明為何在所有實數取值上，它不等同原式。

$$\frac{x^2-4}{x-2}$$

參考答案

x≠2時相同；原式在2無意義，但不設限制的多項式在2的值為4。

$$x+2$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠2。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. (x^2-4)/(x-2) = ((x-2)(x+2))/(x-2)。
4. 所以為 x+2，仍須保留 x≠2。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。

進階 16

化簡，並說明最終公式只是x，為何x=1仍屬禁值。

$$\frac{x^2-x}{x-1}$$

參考答案

x；x≠1。

$$x$$

1. 先由原分母及除式記錄 x≠1。
2. 先因式分解，再約去公因式；不可把加減項直接約去。
3. (x^2-x)/(x-1) = (x(x-1))/(x-1)。
4. 所以為 x，仍須保留 x≠1。

- 使用因式約分或正確通分。
- 保留所有原限制，包括除式不為零。