二次根式運算：化簡、乘除與合併 — 教師解答

八下・正文 5–12 頁・正文第 3–6 課時

以兩題先備判斷支援需要；投影示範及帶做，再收集八題紙筆核心作答。補練及進階按需要選用，接受其他完整正確方法；本頁不保存學生紙筆答案。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：根式意義、帶符號分數及分配律。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

1. 3′ 預測根式加法是否跟乘法有同一規律，先舉一個測試例子。
2. 8′ 紙上比較 $\sqrt{8}\sqrt{2}=4$ 與 $\sqrt{8}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$；畫邊長為 $\sqrt{8}$、$\sqrt{2}$ 的長方形解釋乘積，再比較 $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ 與 $\sqrt{9+16}$。
3. 5′ 說明 $7\neq5$ 如何反駁所猜加法規律。$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ 須有 a、b≥0；化簡後只合併同類根式。
4. 2′ 獨立化簡 $\sqrt{18}+\sqrt{8}$，交代每次變形理由。

教師示範 1

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{12}+\sqrt{27}$$

參考答案

$5\sqrt{3}$

$$5\sqrt{3}$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

帶做 2

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{18}\times\sqrt{8}$$

1. 兩個被開方數均非負，所以 $\sqrt{18}\sqrt{8}=\sqrt{18\times8}=\sqrt{\square}$。
2. 找出滿足 $\square^2=144$ 的非負數。
3. 把原來兩根式分別化簡，再相乘檢查。

參考答案

12

$$12$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $\sqrt{144}=12$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 3

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{16}$$

參考答案

4

$$4$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 化簡式為 4。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 4

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{3}\times\sqrt{3}$$

參考答案

3

$$3$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 化簡式為 3。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 5

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{75}-\sqrt{12}$$

參考答案

$3\sqrt{3}$

$$3\sqrt{3}$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 6

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$$

參考答案

4

$$4$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $\sqrt{16}=4$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 7

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{2}(\sqrt{8}+\sqrt{18})$$

參考答案

10

$$10$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $4+6=10$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 8

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

參考答案

$\sqrt{3}$

$$\sqrt{3}$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $\frac{3\sqrt{3}}{3}$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 9

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{20}+\sqrt{5}$$

參考答案

$3\sqrt{5}$

$$3\sqrt{5}$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $2\sqrt{5}+\sqrt{5}$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 10

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$$

參考答案

3

$$3$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $\sqrt{9}=3$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 11

精確化簡，並寫出所需限制。

$$2\sqrt{18}-\sqrt{8}$$

參考答案

$4\sqrt{2}$

$$4\sqrt{2}$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $6\sqrt{2}-2\sqrt{2}$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 12

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{\frac{3}{4}}$$

參考答案

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 化簡式為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 13

精確化簡，並寫出所需限制。

$$(-2\sqrt{3})(3\sqrt{12})$$

參考答案

-36

$$-36$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $-6\sqrt{36}=-36$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 14

精確化簡，並寫出所需限制。

$$\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

參考答案

$\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$$\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

1. 兩項的最簡根式部分不同，不能當作同類根式合併。
2. 化簡式為 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 15

精確化簡，並寫出所需限制。

$$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

參考答案

$5+2\sqrt{6}$

$$5+2\sqrt{6}$$

1. 先提出完全平方因數；根號表示非負的算術平方根。
2. 中間一步為 $3+2\sqrt{6}+2$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 16

把此值與 $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ 比較，檢查根號能否對加法分配。

$$\sqrt{9+16}$$

參考答案

$5 \neq 7$

$$5 \neq 7$$

1. 左值為 5；所聲稱右值為 3＋4＝7，因此該法則不成立。
2. 化簡式為 $5 \neq 7$。
3. 核對原式及算術平方根的正負號。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。