勾股逆定理：條件與綜合問題 — 教師解答

八下・正文 19–26 頁・正文第 10–13 課時

以兩題先備判斷支援需要；投影示範及帶做，再收集八題紙筆核心作答。補練及進階按需要選用，接受其他完整正確方法；本頁不保存學生紙筆答案。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：三角形不等式、平方及勾股定理。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

1. 3′ 預測 (5,12,13)、(5,12,14)、(2,3,5) 哪些能組成直角三角形，不憑外觀判斷。
2. 8′ 紙上先檢查邊長為正及嚴格三角形不等式；對能組成三角形的組別，找最長邊並比較平方。現有直角三角形引擎不能用來測試任意三邊的逆定理。
3. 5′ 解釋第一組是直角、第二組非直角、第三組退化；分清「能組成三角形」與「平方相等」。
4. 2′ 獨立判斷 (8,15,17)，結論指出最長邊所對的角。

教師示範 1

邊長 13、5、12 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

可以：正邊長符合三角形不等式，且符合勾股逆定理。

1. 最長邊為 13；較短兩邊和為 17。
2. $5^2 + 12^2 = 169$，且 $13^2 = 169$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

帶做 2

邊長 8、15、17 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

1. 存在條件及最長邊：$8 + 15 > \square$；最長邊＝____。
2. $8^2 + 15^2 = \square$；$17^2 = \square$。
3. 兩個平方值____；因此根據____，17 cm 邊的對角為____。

參考答案

可以：正邊長符合三角形不等式，且符合勾股逆定理。

1. 最長邊為 17；較短兩邊和為 23。
2. $8^2 + 15^2 = 289$，且 $17^2 = 289$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 3

邊長 3、4、5 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

可以：正邊長符合三角形不等式，且符合勾股逆定理。

1. 最長邊為 5；較短兩邊和為 7。
2. $3^2 + 4^2 = 25$，且 $5^2 = 25$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 4

邊長 2、3、5 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

不可以：所需平方等式不成立，或邊長不能組成三角形。

1. 最長邊為 5；較短兩邊和為 5。
2. $2^2 + 3^2 = 13$，且 $5^2 = 25$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 5

邊長 5、12、14 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

不可以：所需平方等式不成立，或邊長不能組成三角形。

1. 最長邊為 14；較短兩邊和為 17。
2. $5^2 + 12^2 = 169$，且 $14^2 = 196$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 6

邊長 6、8、10 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

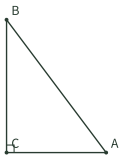
可以：正邊長符合三角形不等式，且符合勾股逆定理。

1. 最長邊為 10；較短兩邊和為 14。
2. $6^2 + 8^2 = 100$，且 $10^2 = 100$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 7

長方形板長 9 cm、寬 12 cm。直支架連接相對兩角，求支架長。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

15 cm。

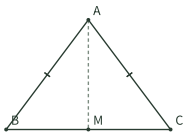
$$15$$

1. 已知直角及斜邊位置；求斜邊時平方相加，求直角邊時從斜邊平方減去另一邊平方。
2. 所求邊的平方為 $9^2 + 12^2$；取正平方根。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 8

AB＝AC＝5 cm，BC＝6 cm，M 是 BC 中點。求 AM 及三角形面積，並說明 AM 為何垂直 BC。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

AM＝4 cm；面積＝12 cm²。等腰三角形頂角的中線亦是高。

1. BM＝3 cm；頂角中線垂直 BC。
2. AM²＝25−9＝16，故 AM＝4；面積＝$\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 9

邊長 4、5、6 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

不可以：所需平方等式不成立，或邊長不能組成三角形。

1. 最長邊為 6；較短兩邊和為 9。
2. $4^2+5^2=41$，且 $6^2=36$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 10

邊長 25、7、24 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

可以：正邊長符合三角形不等式，且符合勾股逆定理。

1. 最長邊為 25；較短兩邊和為 31。
2. $7^2+24^2=625$，且 $25^2=625$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 11

邊長 1.5、2、2.5 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

可以：正邊長符合三角形不等式，且符合勾股逆定理。

1. 最長邊為 2.5；較短兩邊和為 3.5。
2. $1.5^2+2^2=6.25$，且 $2.5^2=6.25$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 12

邊長 5、5、6 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

不可以：所需平方等式不成立，或邊長不能組成三角形。

1. 最長邊為 6；較短兩邊和為 10。
2. $5^2 + 5^2 = 50$，且 $6^2 = 36$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 13

長方形對角線為 5 cm，寬為 3 cm，求長。

參考答案

4 cm。

$$4$$

1. 已知直角及斜邊位置；求斜邊時平方相加，求直角邊時從斜邊平方減去另一邊平方。
2. 所求邊的平方為 $5^2 - 3^2$；取正平方根。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 14

邊長 29、20、21 cm 可否組成直角三角形？先檢查三角形存在及辨認最長邊。

參考答案

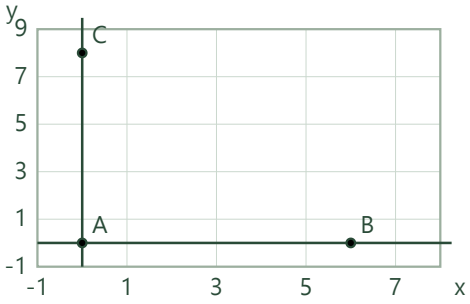
可以：正邊長符合三角形不等式，且符合勾股逆定理。

1. 最長邊為 29；較短兩邊和為 41。
2. $20^2 + 21^2 = 841$，且 $29^2 = 841$。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 15

A＝$(0,0)$、B＝$(6,0)$、C＝$(0,8)$。核對三邊長，再以逆定理指出直角。



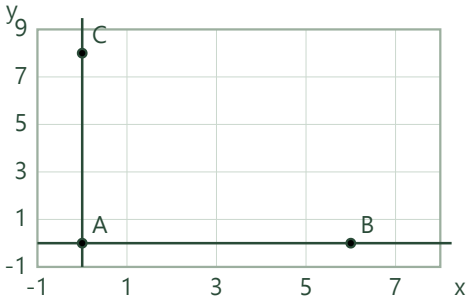
依已知條件及所標刻度作答。

參考答案

AB＝6，AC＝8，BC＝10；∠BAC＝90°。

1. 水平及垂直距離給出 AB＝6、AC＝8，對角距離為 10。
2. $6^2+8^2=10^2$，故 BC 的對角，即 A 處的角為直角。

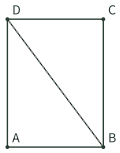
- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。



依已知條件及所標刻度作答。

進階 16

平行四邊形兩相鄰邊為 6 cm、8 cm，連接這兩邊另兩端點的對角線為 10 cm。證明它是矩形。



幾何示意圖；除作圖任務外，圖形不按比例。

參考答案

由勾股逆定理得夾角為 90°；有一個直角的平行四邊形是矩形。

1. 6、8、10 可組成三角形，且 $6^2+8^2=10^2$。
2. 所給兩相鄰邊的夾角因此為直角；再用已知平行四邊形條件判定矩形。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。