因式分解：公因式與平方結構 — 教師解答

八上・正文 73–78 頁・基訓第 37–39 課時

按需要使用示範及帶做，再完成八題核心；補練及進階按程度選用。要求學生交代理由，並驗算原方程或展開核對。

教師示範 1

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$2x^3 - 18x$$

參考答案

2x(x-3)(x+3)。

$$2x(x-3)(x+3)$$

1. 先提出2x；餘下 x^2-9 是平方差。
2. $2x^3-18x = 2x(x^2-9)$。
3. 完整乘積為 2x(x-3)(x+3)。
4. 展開所得乘積回到原式 $2x^3-18x$。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

帶做 2

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$x^2 - 6x + 9$$

1. 9=___²；−6x=−2・x・___。
2. 所以乘積為(___−___)²。

參考答案

$(x-3)^2$。

$$(x-3)^2$$

1. 檢查兩端平方及中間項 ±2ab，再寫成 $(a\pm b)^2$。
2. $x^2-6x+9 = x^2-2\times x\times 3+3^2$。
3. 完整乘積為 $(x-3)^2$。
4. 展開所得乘積回到原式 x^2-6x+9。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

先備 3

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$6x^2 + 9x$$

參考答案

3x(2x+3)。

$$3x(2x+3)$$

1. 提出各項共有的數因數及字母的最低次冪。
2. $6x^2+9x = 3x(2x+3)$。
3. 完整乘積為 3x(2x+3)。
4. 展開所得乘積回到原式 $6x^2+9x$。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

先備 4

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$x^2 - 16$$

參考答案

(x-4)(x+4)。

$$(x - 4)(x + 4)$$

1. 辨認兩個平方相減，再寫成兩底數的和乘兩底數的差。
2. x^2-16 = x^2-4^2。
3. 完整乘積為 (x-4)(x+4)。
4. 展開所得乘積回到原式 x^2-16。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

獨立練習 5

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$8x^2 - 12x$$

參考答案

4x(2x-3)。

$$4x(2x - 3)$$

1. 提出各項共有的數因數及字母的最低次冪。
2. $8x^2$-12x = 4x(2x-3)。
3. 完整乘積為 4x(2x-3)。
4. 展開所得乘積回到原式 $8x^2$-12x。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

獨立練習 6

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$9x^2 - 25$$

參考答案

(3x-5)(3x+5)。

$$(3x - 5)(3x + 5)$$

1. 辨認兩個平方相減，再寫成兩底數的和乘兩底數的差。
2. $9x^2$-25 = $(3x)^2$-5^2。
3. 完整乘積為 (3x-5)(3x+5)。
4. 展開所得乘積回到原式 $9x^2$-25。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

獨立練習 7

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$x^2+10x+25$$

參考答案

$(x+5)^2$。

$$(x+5)^2$$

1. 檢查兩端平方及中間項 ±2ab，再寫成 $(a\pm b)^2$。
2. $x^2+10x+25 = x^2+2\times x\times 5+5^2$。
3. 完整乘積為 $(x+5)^2$。
4. 展開所得乘積回到原式 $x^2+10x+25$。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

獨立練習 8

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$3x^2-12$$

參考答案

3(x-2)(x+2)。

$$3(x-2)(x+2)$$

1. 提出3，再把 x^2-4 用平方差分解。
2. $3x^2-12 = 3(x^2-4)$。
3. 完整乘積為 3(x-2)(x+2)。
4. 展開所得乘積回到原式 $3x^2-12$。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

離堂題 9

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$x^2-4x+4$$

參考答案

$(x-2)^2$。

$$(x-2)^2$$

1. 檢查兩端平方及中間項 ±2ab，再寫成 $(a\pm b)^2$。
2. $x^2-4x+4 = x^2-2\times x\times 2+2^2$。
3. 完整乘積為 $(x-2)^2$。
4. 展開所得乘積回到原式 x^2-4x+4。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

離堂題 10

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$2x^2+6x$$

參考答案

2x(x+3)。

$$2x(x+3)$$

1. 提出各項共有的數因數及字母的最低次冪。
2. $2x^2+6x = 2x(x+3)$。
3. 完整乘積為 2x(x+3)。
4. 展開所得乘積回到原式 $2x^2+6x$。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

補練／家課 11

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$y^2-49$$

參考答案

(y-7)(y+7)。

$$(y-7)(y+7)$$

1. 辨認兩個平方相減，再寫成兩底數的和乘兩底數的差。
2. $y^2-49 = y^2-7^2$。
3. 完整乘積為 (y-7)(y+7)。
4. 展開所得乘積回到原式 y^2-49。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

補練／家課 12

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$4x^2+12x+9$$

參考答案

$(2x+3)^2$。

$$(2x+3)^2$$

1. 檢查兩端平方及中間項 ±2ab，再寫成 $(a\pm b)^2$。
2. $4x^2+12x+9 = (2x)^2+2\times(2x)\times3+3^2$。
3. 完整乘積為 $(2x+3)^2$。
4. 展開所得乘積回到原式 $4x^2+12x+9$。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

補練／家課 13

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$(x+1)^2-9$$

參考答案

(x-2)(x+4)。

$$(x-2)(x+4)$$

1. 辨認兩個平方相減，再寫成兩底數的和乘兩底數的差。
2. $(x+1)^2-9 = ((x+1)-3)((x+1)+3)$。
3. 完整乘積為 (x-2)(x+4)。
4. 展開所得乘積回到原式 $(x+1)^2-9$。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

補練／家課 14

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$a^2b-ab^2$$

參考答案

ab(a-b)。

$$ab(a-b)$$

1. 提出各項共有的數因數及字母的最低次冪。
2. $a^2b-ab^2 = ab(a-b)$。
3. 完整乘積為 ab(a-b)。
4. 展開所得乘積回到原式 a^2b-ab^2。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

進階 15

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$x^4-16$$

參考答案

$(x-2)(x+2)(x^2+4)$。

$$(x-2)(x+2)(x^2+4)$$

1. 兩次使用平方差；在整係數範圍，x^2+4 不能再分成一次因式。
2. $x^4-16 = (x^2-4)(x^2+4)$。
3. 完整乘積為 $(x-2)(x+2)(x^2+4)$。
4. 展開所得乘積回到原式 x^4-16。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。

進階 16

在整數範圍內完全因式分解，並展開核對。

$$8x^3 - 32x$$

參考答案

8x(x-2)(x+2)。

$$8x(x-2)(x+2)$$

1. 先提出8x，再完成餘下的平方差因式。
2. $8x^3$-32x = 8x(x^2-4)。
3. 完整乘積為 8x(x-2)(x+2)。
4. 展開所得乘積回到原式 $8x^3$-32x。

- 最後寫成整係數因式的乘積。
- 可再分解時須繼續，並以展開核對。