方差：計算、穩定性與變換 — 教師解答

八下・正文 83–84 頁・正文第 42 課時

以兩題先備判斷支援需要；投影示範及帶做，再收集八題紙筆核心作答。補練及進階按需要選用，接受其他完整正確方法；本頁不保存學生紙筆答案。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：平均數、帶符號差、平方及分數。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

1. 3′ 預測 A＝{4,5,6} 與 B＝{1,5,9} 哪組較分散，兩組平均數同為5。
2. 8′ 紙上逐項算離均差及平方，除以 n＝3，方差為 $\frac{2}{3}$、$\frac{32}{3}$。把A各值加3；另一次把原A各值乘2。現有極端值引擎不計方差。
3. 5′ 說明全加3後方差不變，全乘2後方差 $\frac{8}{3}$ 是原來4倍；保留平方單位及本課除以n的約定。
4. 2′ 獨立說明各值乘−2後方差如何改變，用離均差平方解釋。

教師示範 1

以觀察值個數作分母，求 $\{2,4,4,6\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

參考答案

$s^2 = 2$

1. 平均數＝（2＋4＋4＋6）/4＝4。
2. 離均差平方為 4、0、0、4，總和為 8。
3. 方差＝8/4＝2。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

帶做 2

以觀察值個數作分母，求 $\{1,3,5\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

1. 平均數＝$\frac{1+3+5}{3} = \square$。
2. 離均差：$1-\square,\quad 3-\square,\quad 5-\square$。
3. 平方和＝$(-2)^2+0^2+2^2 = \square$；方差＝$\frac{\square}{3}$。

參考答案

$s^2 = \frac{8}{3}$

1. 平均數＝3；離均差為 −2、0、2。
2. 平方和為 8，除以 3 個觀察值。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 3

求 $\{2,4\}$ 的平均數，寫出所需排序或計算。

參考答案

3

1. 把所有觀察值相加，再除以個數。
2. 結果為 3。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

先備 4

參考平均數為 5，求 3、5、7 的離均差平方和。

參考答案

8。

$$8$$

1. 離均差為 −2、0、2，平方為 4、0、4。
2. 把平方相加，得 8。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 5

以觀察值個數作分母，求 $\{1, 1, 3, 3\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

參考答案

$s^2 = 1$

1. 由所有觀察值計算平均數。
2. 每項減平均數後平方，相加，再除以 n。
3. 方差為 1；單位為原數據單位的平方。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 6

以觀察值個數作分母，求 $\{2, 2, 2\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

參考答案

$s^2 = 0$

1. 由所有觀察值計算平均數。
2. 每項減平均數後平方，相加，再除以 n。
3. 方差為 0；單位為原數據單位的平方。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 7

A 組為 4、5、6，B 組為 3、5、7。核對兩組平均數，比較以 n 作分母的方差，判斷同尺度下哪組較穩定。

參考答案

兩組平均數均為 5；A 方差為 2/3，B 為 8/3，所以 A 波動較小。

1. 兩組平均相同，須比較分散而非中心。
2. 平方和分別為 2、8，兩組均有 3 個值。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

獨立練習 8

以觀察值個數作分母，求 $\{0, 2, 4\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

參考答案

$s^2 = \frac{8}{3}$

1. 由所有觀察值計算平均數。
2. 每項減平均數後平方，相加，再除以 n。
3. 方差為 $8/3$；單位為原數據單位的平方。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 9

以觀察值個數作分母，求 $\{1, 3\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

參考答案

$s^2 = 1$

1. 由所有觀察值計算平均數。
2. 每項減平均數後平方，相加，再除以 n。
3. 方差為 1；單位為原數據單位的平方。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

離堂題 10

以觀察值個數作分母，求 $\{5, 5, 5, 5\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

參考答案

$s^2 = 0$

1. 由所有觀察值計算平均數。
2. 每項減平均數後平方，相加，再除以 n。
3. 方差為 0；單位為原數據單位的平方。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 11

2、4、4、6 的方差為 2。每個值加 3，求新方差並解釋離均差為何不變。

參考答案

$s^2 = 2$

1. 平均數亦加 3，由 4 變成 7。
2. 各離均差仍為 −2、0、0、2，方差仍為 2。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 12

2、4、4、6 方差為 2。每個值乘 2，求新方差並解釋倍數。

參考答案

$s^2 = 8$

1. 每個離均差加倍，故每項離均差平方乘 4。
2. 方差成為 4×2＝8。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 13

以觀察值個數作分母，求 $\{-2, 0, 2\}$ 的描述性方差，先寫平均數。

參考答案

$s^2 = \frac{8}{3}$

1. 由所有觀察值計算平均數。
2. 每項減平均數後平方，相加，再除以 n。
3. 方差為 $8/3$；單位為原數據單位的平方。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

補練／家課 14

數值 1、3 各出現兩次。計入全部四個觀察值，求平均數及以 n 作分母的方差。

數值	頻數／權重
1	2
3	2

依已知條件及所標刻度作答。

參考答案

平均數 2，方差 1。

1. 數據為 1、1、3、3，平均數為 2。
2. 離均差平方和為 4，共 4 個觀察值。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 15

1、1、5、5 的平均數為 3。求方差，說明為何單憑平均數不能確定分散程度。

參考答案

$s^2 = 4$

1. 每個離均差為 −2 或 2，所以平方均為 4。
2. 方差＝16/4＝4；3、3、3、3 平均相同，方差卻為零。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。

進階 16

按本章描述性方差定義，學生把 2、4 的離均差平方和 2 除以 n−1，報告方差為 2。按指定以 n 作分母的定義改正。

參考答案

$s^2 = 1$

1. 平均數為 3，離均差平方和為 2。
2. 本題 n＝2，故描述性方差為 2/2＝1；另一種統計估計量採不同定義，不能混用。

- 先使用所述條件，交代關係後才計算。
- 盡量寫精確答案，附上單位及取值限制。