二元方程組：數量與建模 — 教師解答

七下・正文 61–66 頁・正文第 31–33 課時

按需要選示範與帶做。八題學生核心為先備、獨立及離堂題；補練與延伸按程度選用。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：會解二元方程組，分清數量、單價、總量、速度及統一時間單位。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

探究與討論：18 分鐘 tickets 探究：先設單價 2、5 元，共 10 張、收入 32 元，在顯示方程前說明兩未知數（3 分）。枚舉及求解，核對非負整數張數與收入（5 分）。保持共 10 張，把兩種單價都改成 3 元，比較收入 30、31 元（6 分）。解釋「獨立資料不足」與「資料矛盾」的分別，再分清實數解及可行票數（4 分）。既有引擎支援同價情況。

教師示範 1

筆記簿每本 x 元，筆每支 y 元。2 本筆記簿及 3 支筆共 16 元；4 本及 1 支共 12 元。求兩種單價。

參考答案

$x=2,\quad y=4$。

$$x=2,\quad y=4$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases}(2)x+(3)y=16\\(4)x+(1)y=12\end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 2 倍，得 $(0)x+(-5)y=-20$。
3. 回代得 $y=4$。
4. 回代得 $x=2$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

帶做 2

A 票每張 2 元，B 票每張 5 元。共 10 張，收入 32 元。設 x、y 分別為 A、B 票張數，列方程組求解，核對非負整數限制。

1. 張數條件：$x+y=\square$；收入：$2x+5y=\square$。
2. 使用 $x=10-y$：$2(10-y)+5y=32$。
3. 所以 $3y=32-20=\square$；求 y=____、x=____，兩者須為非負整數。

參考答案

$x=6,\quad y=4$。

$$x=6,\quad y=4$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases}(1)x+(1)y=10\\(2)x+(5)y=32\end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 2 倍，得 $(0)x+(3)y=12$。
3. 回代得 $y=4$。
4. 回代得 $x=6$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

先備 3

有 x 名成人、y 名兒童參觀，寫出總人數；不能把票價加進人數。

參考答案

$x+y$ 人。

$$x+y$$

1. 兩個未知數都是人數，單位一致。
2. 總人數為 x＋y。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

先備 4

速度用 km/h 時，把 1 小時 30 分換成小時。

參考答案

$\frac{3}{2}$ h。

$$1+30/60$$

1. 30 分鐘是 30/60 小時。
2. 共 3/2 小時。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 5

A 票每張 3 元，B 票每張 5 元。共 12 張，收入 44 元。設 x、y 分別為 A、B 票張數，列方程組求解，核對非負整數限制。

參考答案

$x=8,\quad y=4$。

$$x=8,\quad y=4$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases}(1)x+(1)y=12\\(3)x+(5)y=44\end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 3 倍，得 $(0)x+(2)y=8$。
3. 回代得 $y=4$。
4. 回代得 $x=8$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 6

筆記簿每本 x 元，筆每支 y 元。3 本筆記簿及 2 支筆共 19 元；2 本及 5 支共 31 元。求兩種單價。

參考答案

$x = 3,\quad y = 5$。

$$x = 3,\quad y = 5$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (3)x + (2)y = 19 \\ (2)x + (5)y = 31 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 $\frac{2}{3}$ 倍，得 $(0)x + (\frac{11}{3})y = \frac{55}{3}$。
3. 回代得 $y = 5$。
4. 回代得 $x = 3$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 7

船順流速度為 28 km/h，逆流速度為 20 km/h。設靜水船速為 x、水流速度為 y，單位均為 km/h，求 x、y。

參考答案

$x = 24,\quad y = 4$。

$$x = 24,\quad y = 4$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (1)x + (1)y = 28 \\ (1)x + (-1)y = 20 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 1 倍，得 $(0)x + (-2)y = -8$。
3. 回代得 $y = 4$。
4. 回代得 $x = 24$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 8

一組共 18 人，成人數是兒童數兩倍。設成人 x 人、兒童 y 人，求兩種人數。

參考答案

$x = 12,\quad y = 6$。

$$x = 12,\quad y = 6$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (1)x + (-2)y = 0 \\ (1)x + (1)y = 18 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 1 倍，得 $(0)x + (3)y = 18$。
3. 回代得 $y = 6$。
4. 回代得 $x = 12$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 9

x 是票數，p 是每張票的元數，px 表示甚麼？

A. 總票數，單位張。　　B. 速度。

C. 總票價，單位元。

參考答案

總票價，單位元。

1. 每張元數乘票數。
2. 張的單位抵消，餘下元。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 10

售票模型解得 x＝11/3、y＝7/3，能否四捨五入為 4、2，當作精確解？說明。

參考答案

不能。票數須為整數，四捨五入可能破壞原收入條件。

1. 6 張票分別每張 2、5 元時，該分數解的收入是 19 元。
2. 取整成 (4,2) 的收入是 18 元，並非原解。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 11

長方形周長 30 cm，長 x 比寬 y 多 3 cm，求長、寬。

參考答案

$x = 9,\quad y = 6$。

$$x = 9,\quad y = 6$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (1)x + (1)y = 15 \\ (1)x + (-1)y = 3 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 1 倍，得 $(0)x + (-2)y = -12$。
3. 回代得 $y = 6$。
4. 回代得 $x = 9$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 12

筆記簿每本 x 元，筆每支 y 元。4 本筆記簿及 3 支筆共 27 元；2 本及 5 支共 31 元。求兩種單價。

參考答案

$x = 3,\quad y = 5$。

$$x = 3,\quad y = 5$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (4)x + (3)y = 27 \\ (2)x + (5)y = 31 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 $\frac{1}{2}$ 倍，得 $(0)x + (\frac{7}{2})y = \frac{35}{2}$。
3. 回代得 $y = 5$。
4. 回代得 $x = 3$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 13

船順流速度為 34 km/h，逆流速度為 26 km/h。設靜水船速為 x、水流速度為 y，單位均為 km/h，求 x、y。

參考答案

$x = 30,\quad y = 4$。

$$x = 30,\quad y = 4$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (1)x + (1)y = 34 \\ (1)x + (-1)y = 26 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 1 倍，得 $(0)x + (-2)y = -8$。
3. 回代得 $y = 4$。
4. 回代得 $x = 30$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 14

機器 A 每小時製 x 件，B 製 y 件。A 工作 2 小時加 B 工作 1 小時共製 26 件；A 工作 1 小時加 B 工作 3 小時共製 33 件。求兩機每小時產量。

參考答案

$x = 9,\quad y = 8$。

$$x = 9,\quad y = 8$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (2)x + (1)y = 26 \\ (1)x + (3)y = 33 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 $\frac{1}{2}$ 倍，得 $(0)x + (\frac{5}{2})y = 20$。
3. 回代得 $y = 8$。
4. 回代得 $x = 9$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 15

兩作物種植面積為 x、y 公頃，共 100 公頃；每公頃產量分別 2、3 噸，總產量 260 噸。求兩面積，再核對單位。

參考答案

$x = 40,\quad y = 60$。

$$x = 40,\quad y = 60$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (1)x + (1)y = 100 \\ (2)x + (3)y = 260 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 2 倍，得 $(0)x + (1)y = 60$。
3. 回代得 $y = 60$。
4. 回代得 $x = 40$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 16

A 票每張 2 元，B 票每張 5 元。共 10 張，收入 60 元。設 x、y 分別為 A、B 票張數，列方程組求解，核對非負整數限制。

參考答案

沒有可行票數。實數解為 $x = -\frac{10}{3},\ y = \frac{40}{3}$，而 60 元超過最高可能收入 50 元。

$$x = \frac{-10}{3},\quad y = \frac{40}{3}$$

1. 依所設未知數，兩個獨立條件給 $\begin{cases} (1)x + (1)y = 10 \\ (2)x + (5)y = 60 \end{cases}$。
2. 第 2 式減去第 1 式的 2 倍，得 $(0)x + (3)y = 40$。
3. 回代得 $y = \frac{40}{3}$。
4. 回代得 $x = \frac{-10}{3}$。
5. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。
6. 按題意解釋兩值及單位，核對非負或整數限制。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。