二元方程組：代入與加減消元 — 教師解答

七下・正文 51–60 頁・正文第 26–30 課時

按需要選示範與帶做。八題學生核心為先備、獨立及離堂題；補練與延伸按程度選用。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：會解一元方程、倍乘各項及代入帶符號數值。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

探究與討論：18 分鐘 tickets 探究：A 每張 2 元、B 每張 5 元，共 10 張、收入 32 元。預測可行數對（2 分），列整數組合及兩個方程（4 分），兩組分別用代入、倍乘後相減解同一模型（7 分）。比較兩法如何消去一個未知數，驗算兩原條件（3 分）。只把收入改為 31 元，解釋實數解為何不是可行整數票數（2 分），不能把票數取近似。

教師示範 1

用代入法解方程組，再驗算兩式。

$$\begin{cases} (1)x + (1)y = 7 \\ (-2)x + (1)y = 1 \end{cases}$$

參考答案

$x = 2,\quad y = 5$。

$$x = 2,\quad y = 5$$

1. 第二式得 $y = 2x + 1$。
2. 代入第一式：$x + (2x + 1) = 7$，得 $x = 2$。
3. 回代得 $y = 5$；驗算 $2 + 5 = 7$、$-2(2) + 5 = 1$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

帶做 2

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (2)x + (1)y = 11 \\ (1)x + (-1)y = 1 \end{cases}$$

1. 兩原式相加：$(2x + y) + (x - y) = 11 + 1$。
2. 合併：$3x = \square$，所以 $x = \square$。
3. 回代：$y = 11 - 2(\square) = \square$；驗算兩原式。

參考答案

$x = 4,\quad y = 3$。

$$x = 4,\quad y = 3$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 $\frac{1}{2}$ 倍，得 $(0)x + (\frac{-3}{2})y = \frac{-9}{2}$。
2. 回代得 $y = 3$。
3. 回代得 $x = 4$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

先備 3

檢查 $x=3, y=4$ 是否為所示方程組的解，須核對每條方程。

$$\begin{cases}(1)x+(1)y=7\\(2)x+(-1)y=2\end{cases}$$

A. 是，每條原方程都成立。

B. 不是，只核對一條就足以否定。

參考答案

是，每條原方程都成立。

1. 第 1 式左邊為 7，右邊為 7。
2. 第 2 式左邊為 2，右邊為 2。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

先備 4

檢查 $x=2, y=5$ 是否為所示方程組的解，須核對每條方程。

$$\begin{cases}(1)x+(1)y=7\\(2)x+(-1)y=2\end{cases}$$

A. 是，符合其中一條已足夠。

B. 不是，至少一條原方程不成立。

參考答案

不是，至少一條原方程不成立。

1. 第 1 式左邊為 7，右邊為 7。
2. 第 2 式左邊為 -1，右邊為 2。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 5

用代入法求解，並驗算兩式。

$$\begin{cases}(1)x+(-1)y=2\\(2)x+(1)y=10\end{cases}$$

參考答案

$x=4,\quad y=2$。

$$x=4,\quad y=2$$

1. 第一式得 $x=y+2$。
2. 代入得 $2(y+2)+y=10$，所以 $y=2$。
3. 回代得 $x=4$，兩式都符合原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 6

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (2)x + (3)y = 16 \\ (3)x + (-2)y = 11 \end{cases}$$

參考答案

$x = 5,\quad y = 2$。

$$x = 5,\quad y = 2$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 $\frac{3}{2}$ 倍，得 $(0)x + (\frac{-13}{2})y = -13$。
2. 回代得 $y = 2$。
3. 回代得 $x = 5$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 7

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (3)x + (-2)y = 0 \\ (2)x + (1)y = 7 \end{cases}$$

參考答案

$x = 2,\quad y = 3$。

$$x = 2,\quad y = 3$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 $\frac{2}{3}$ 倍，得 $(0)x + (\frac{7}{3})y = 7$。
2. 回代得 $y = 3$。
3. 回代得 $x = 2$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 8

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (1)x + (1)y = 3 \\ (2)x + (-1)y = 1 \end{cases}$$

參考答案

$x = \frac{4}{3},\quad y = \frac{5}{3}$。

$$x = \frac{4}{3},\quad y = \frac{5}{3}$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 2 倍，得 $(0)x + (-3)y = -5$。
2. 回代得 $y = \frac{5}{3}$。
3. 回代得 $x = \frac{4}{3}$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 9

檢查 $x=2, y=3$ 是否為所示方程組的解，須核對每條方程。

$$\begin{cases} (1)x+(2)y=8 \\ (3)x+(-1)y=3 \end{cases}$$

A. 是，每條原方程都成立。

B. 不是，只核對一條就足以否定。

參考答案

是，每條原方程都成立。

1. 第 1 式左邊為 8，右邊為 8。
2. 第 2 式左邊為 3，右邊為 3。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 10

把 $2x-y=5$ 乘 3，哪條方程正確？

A. $6x-3y=15$

B. $6x-y=15$

C. $6x-3y=5$

參考答案

$6x-3y=15$

1. 兩邊每項都乘 3。
2. 兩個係數及右邊都要倍乘。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 11

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (1)x+(1)y=9 \\ (1)x+(-1)y=3 \end{cases}$$

參考答案

$x=6,\quad y=3$。

$$x=6,\quad y=3$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 1 倍，得 $(0)x+(-2)y=-6$。
2. 回代得 $y=3$。
3. 回代得 $x=6$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 12

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (2)x + (3)y = 13 \\ (2)x + (-1)y = 1 \end{cases}$$

參考答案

$x = 2,\quad y = 3$。

$$x = 2,\quad y = 3$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 1 倍，得 $(0)x + (-4)y = -12$。
2. 回代得 $y = 3$。
3. 回代得 $x = 2$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 13

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (3)x + (2)y = 19 \\ (5)x + (-3)y = 0 \end{cases}$$

參考答案

$x = 3,\quad y = 5$。

$$x = 3,\quad y = 5$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 $\frac{5}{3}$ 倍，得 $(0)x + (\frac{-19}{3})y = \frac{-95}{3}$。
2. 回代得 $y = 5$。
3. 回代得 $x = 3$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 14

解方程組，寫出消元過程，並驗算每條原方程。

$$\begin{cases} (1)x + (1)y = 1 \\ (2)x + (-1)y = -7 \end{cases}$$

參考答案

$x = -2,\quad y = 3$。

$$x = -2,\quad y = 3$$

1. 第 2 式減去第 1 式的 2 倍，得 $(0)x + (-3)y = -9$。
2. 回代得 $y = 3$。
3. 回代得 $x = -2$。
4. 把完整解代回每條原方程，各左邊都等於原右邊。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 15

描述方程組的全部實數解，說明為何寫了兩式不保證有唯一數對。

$$\begin{cases}(1)x+(1)y=6\\(2)x+(2)y=12\end{cases}$$

參考答案

$(x,y)=(t,6-t),\ t\in\mathbb{R}$；無限多解。

$$(x,y)=(t,6-t),\ t\in\mathbb{R}$$

1. 第二式是第一式兩倍，沒有新增限制。
2. 任取實數 x＝t，令 y＝6−t，兩式都成立。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 16

判斷方程組是否有實數解，以消元說明。

$$\begin{cases}(1)x+(1)y=6\\(2)x+(2)y=13\end{cases}$$

參考答案

無解。第二式減第一式兩倍得 0＝1。

1. 第一式兩倍為 2x＋2y＝12。
2. 第二式要求同一左邊等於 13，產生矛盾。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。