平方根與立方根：意義及符號 — 教師解答

七下・正文 29–34 頁・正文第 15–17 課時

按需要選示範與帶做。八題學生核心為先備、獨立及離堂題；補練與延伸按程度選用。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：計算正負數及簡單分數的平方、立方。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

探究與討論：18 分鐘：在 roots 探究比較正方形面積 9、2、0，核對前先預測實際邊長的允許範圍（預測 3 分、試驗 6 分）。面積 9 時比較邊長 3 與 $x^2=9$ 的全部解，面積 0 時解釋為何只有一值（4 分）。紙上只改成 $x^3=-8$，找負立方根，解釋這不是負的正方形邊長（3 分）。最後分類「平方根、算術平方根、立方根」三種要求及符號規則（2 分）。該引擎本身只模擬非負平方根。

教師示範 1

求 81 的全部平方根。

參考答案

± 9。

$$\pm 9$$

1. 正數的兩個互為相反數的值，平方都等於被開方數。
2. 核對 $(9)^2 = 81$。 該非零根的相反數平方也相同。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

帶做 2

計算 $\sqrt[3]{-64}$。

1. 找 r 使 $r^3 = -64$；r 的符號是 ____。
2. 完成 $(-\square)^3 = -64$。
3. 所以 $\sqrt[3]{-64} = \square$；再取立方核對。

參考答案

-4。

$$-4$$

1. 立方根的立方等於被開方數。
2. 核對 $(-4)^3 = -64$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

先備 3

計算 $\sqrt{49}$。

參考答案

7。

$$7$$

1. 平方根號表示非負算術平方根。
2. 核對 $(7)^2 = 49$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

先備 4

計算 $\sqrt{0}$。

參考答案

0。

$$0$$

1. 平方根號表示非負算術平方根。
2. 核對 $(0)^2 = 0$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 5

計算 $\sqrt{\frac{25}{36}}$。

參考答案

$\frac{5}{6}$。

$$\frac{5}{6}$$

1. 平方根號表示非負算術平方根。
2. 核對 $(\frac{5}{6})^2 = \frac{25}{36}$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 6

求 $\frac{9}{100}$ 的全部平方根。

參考答案

$\pm\frac{3}{10}$。

$$\pm\frac{3}{10}$$

1. 正數的兩個互為相反數的值，平方都等於被開方數。
2. 核對 $(\frac{3}{10})^2 = \frac{9}{100}$。該非零根的相反數平方也相同。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 7

計算 $\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}$。

參考答案

$\frac{-3}{5}$。

$$\frac{-3}{5}$$

1. 立方根的立方等於被開方數。
2. 核對 $(\frac{-3}{5})^3 = \frac{-27}{125}$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 8

計算 $\sqrt{(-8)^2}$，並解釋為何不是 −8。

參考答案

8；算術平方根非負。

$$8$$

1. 先算 $(-8)^2=64$。
2. 64 的非負平方根是 8；一般有 $\sqrt{(a^2)}=|a|$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 9

−9 有實數平方根嗎？

A. 有，−3。　　B. 有，3 與 −3。

C. 沒有；實數的平方不會是負數。

參考答案

沒有；實數的平方不會是負數。

1. 3^2、$(-3)^2$ 都是正的 9。
2. 沒有實數的平方是 −9。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 10

計算 $\sqrt[3]{-8}$。

參考答案

-2。

$$-2$$

1. 立方根的立方等於被開方數。
2. 核對 $(-2)^3=-8$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 11

計算 $\sqrt{100}$。

參考答案

10。

$$10$$

1. 平方根號表示非負算術平方根。
2. 核對 $(10)^2=100$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 12

求 $\frac{4}{49}$ 的全部平方根。

參考答案

$\pm\frac{2}{7}$。

$$\pm\frac{2}{7}$$

1. 正數的兩個互為相反數的值，平方都等於被開方數。
2. 核對 $(\frac{2}{7})^2=\frac{4}{49}$。該非零根的相反數平方也相同。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 13

計算 $\sqrt[3]{216}$。

參考答案

6。

$$6$$

1. 立方根的立方等於被開方數。
2. 核對 $(6)^3=216$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 14

計算 $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$。

參考答案

$\frac{1}{4}$。

$$\frac{1}{4}$$

1. 立方根的立方等於被開方數。
2. 核對 $(\frac{1}{4})^3=\frac{1}{64}$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 15

實數 x 滿足甚麼條件時 $\sqrt{x-3}$ 有意義？保留端點。

參考答案

$x\geq 3$。

$$x\geq 3$$

1. 實平方根的被開方數須非負：x−3≥0。
2. 因此 x≥3；相等時為 $\sqrt{0}=0$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 16

精確解 $x^2 = 12$，並說明與寫 $\sqrt{12}$ 的分別。

參考答案

$x = \pm\sqrt{12}$；單獨根號只表示非負根。

$$x = \pm\sqrt{12}$$

1. 正、負平方根的平方都為 12。
2. 方程有兩個解；$\sqrt{12}$ 只指其中一個。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。