不等式組：交集與可行選擇 — 教師解答

七下・正文 79–88 頁・正文第 40–44 課時

按需要選示範與帶做。八題學生核心為先備、獨立及離堂題；補練與延伸按程度選用。

普通班：先備4、短探究5、示範帶做8、獨立15、訂正5、離堂3分鐘。進階班：探究18、整理4、精選練習13、離堂5分鐘。

先備：解一次不等式、標開閉端點，分清實數值與整件數量。

普通班取首個指定例作5分鐘概念示範；進階班完成整個探究。

探究與討論：18 分鐘 tariffs 探究：A＝2n、B＝10＋n，至少 8 次、預算 25 元。預測 n＝9、14 時哪方案適用（3 分）。計算並記錄費用及可行性，再紙上解各方案預算與最低次數限制（7 分）。單價及最低需求不變，只把預算改為 15 元，檢查兩個交集是否仍存在（5 分）。以精確整數端點說明「較便宜」與「可行」不同（3 分），既有控制支援這些數值。

教師示範 1

社團付固定 5 元，每次另付 2 元，預算最多 27 元，至少需 3 次。設 x 為整數次數，列限制並求全部可行次數。

參考答案

$3 \le x \le 11$，$x \in \mathbb{Z}$。

$$3 \le x \le 11$$

1. 費用給 $2x + 5 \le 27$，需求給 $x \ge 3$。
2. 費用限制為 $x \le 11$，交集是 $3 \le x \le 11$。
3. 3 至 11 的每個整數都可行，兩個極端次數都符合預算。

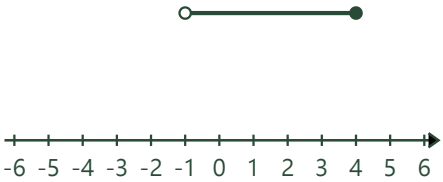
- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

帶做 2

解不等式組，各條件須同時成立。

$$\begin{cases} x > -1 \\ x \le 4 \end{cases}$$

1. 第一條件保留 −1 的 ____ 方，該端點為空心。
2. 第二條件保留 4 及其 ____ 方，該端點為實心。
3. 完成公共部分 $-1 \square x \square 4$ 並畫出。



依已知條件及所標刻度作答。

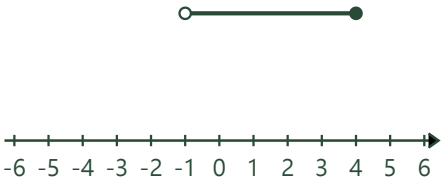
參考答案

$-1 < x \le 4$。

$$-1 < x \le 4$$

1. 逐條解原不等式，只在除以負數時反向。
2. 取公共部分：$-1 < x \le 4$。
3. 把每個包含的邊界代回原不等式核對。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。



依已知條件及所標刻度作答。

先備 3

「x 最多為 7」表示哪項？

A. $x \ge 7$　　B. $x < 7$

C. $x \le 7$

參考答案

$x \le 7$

1. 最多允許 7，排除更大的值。
2. 因此 x≤7。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

先備 4

$2 < x \leq 5$ 包含 2 嗎？

A. 包含；兩端總會包含。

B. 不包含；下界是嚴格不等號。

參考答案

不包含；下界是嚴格不等號。

1. 代入 2 得 2<2，不成立。
2. 下端點使用空心點。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 5

解不等式組，各條件須同時成立。

$$\begin{cases} 3x - 2 > 4 \\ 2x + 1 \leq 11 \end{cases}$$



依已知條件及所標刻度作答。

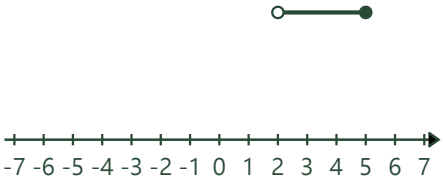
參考答案

$2 < x \leq 5$。

$$2 < x \leq 5$$

1. 第一式得 $x > 2$，第二式得 $x \leq 5$。
2. 兩式同時成立於 $2 < x \leq 5$。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。



依已知條件及所標刻度作答。

獨立練習 6

解不等式組，各條件須同時成立。

$$\begin{cases} x > 4 \\ x \le 2 \end{cases}$$

參考答案

$\varnothing$。

$$\varnothing$$

1. 一式要求 x 大於 4，另一式要求最多為 2。
2. 沒有實數同時符合，解集為空。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 7

筆記簿每本 3 元，另一次付包裝費 2 元，預算 20 元，至少買一本。設 x 為本數，求全部可行本數。

參考答案

$1 \le x \le 6$，$x \in \mathbb{Z}$。

$$1 \le x \le 6$$

1. 限制為 $3x + 2 \le 20$、$x \ge 1$。
2. 費用給 x≤6；整數本數為 1、2、3、4、5、6。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

獨立練習 8

解不等式組，各條件須同時成立。

$$\begin{cases} x \ge 3 \\ x \le 3 \end{cases}$$

參考答案

$x = 3$。

$$x = 3$$

1. 該數至少為 3，且最多為 3。
2. 只有 x＝3 同時符合；兩式都包含端點。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 9

列出 $\frac{5}{2} < x < 6$ 的整數解。

$$\begin{cases} x > 5/2 \\ x < 6 \end{cases}$$

參考答案

$3 \le x \le 5$，$x \in \mathbb{Z}$。

$$\frac{5}{2} < x < 6$$

1. 逐條解原不等式，只在除以負數時反向。
2. 取公共部分：$\frac{5}{2} < x < 6$。
3. 再用題目整數限制，核對最小及最大可行整數。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

離堂題 10

A 費用為 2n 元，B 為 10＋n 元。n＝14，預算 25 元，哪項可行？

A. 只有 B：24 元；A 需 28 元。　　B. 兩者都可行，因 B 較便宜。
C. 只有 A。

參考答案

只有 B：24 元；A 需 28 元。

1. A 需 28 元，超過 25。
2. B 需 24 元，在預算內。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 11

解不等式組，各條件須同時成立。

$$\begin{cases} x \ge 1 \\ x > -2 \end{cases}$$

參考答案

$x \ge 1$。

$$x \ge 1$$

1. 逐條解原不等式，只在除以負數時反向。
2. 取公共部分：$x \ge 1$。
3. 把每個包含的邊界代回原不等式核對。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 12

商品成本 80 元，設售價為 x 元。利潤至少須為成本的 15%，列不等式求最低售價。

參考答案

$x \geq 92$。

$$x \geq 92$$

1. 利潤除以成本給 $\frac{x-80}{80} \geq \frac{15}{100}$。
2. 乘正數 80 得 $x - 80 \geq 12$，故 $x \geq 92$。
3. 最低售價是 92 元。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 13

容器容量 11 L，原有 3 L，每整瓶加入 2 L。設 x 為非負整數瓶數，求全部不溢出的瓶數。

參考答案

$0 \leq x \leq 4$，$x \in \mathbb{Z}$。

$$0 \leq x \leq 4$$

1. 用 $2x + 3 \leq 11$、$x \geq 0$。
2. 所以 0≤x≤4，0 至 4 瓶都容得下。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

補練／家課 14

解不等式組，各條件須同時成立。

$$\begin{cases} x < 3 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

參考答案

$\varnothing$。

$$\varnothing$$

1. 逐條解原不等式，只在除以負數時反向。
2. 取公共部分：$\varnothing$。
3. 把每個包含的邊界代回原不等式核對。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 15

求 $2 < x < 4$ 的整數解，並解釋為何其實數解集不是單點。

$$\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$$

參考答案

$x = 3$，$x \in \mathbb{Z}$。

$$2 < x < 4$$

1. 嚴格介乎 2、4 的整數只有 3。
2. 2.5、3.5 等實數也符合，所以實數區間不只有一點。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。

進階 16

有 29 件玩具、x 名兒童。每人 3 件至少餘 8 件；每人 5 件會欠 1 至 4 件（包括兩端）。求正整數兒童人數。

參考答案

$x = 6$，$x \in \mathbb{Z}$。

$$6 \le x \le \frac{33}{5}$$

1. 三限制為 $29 - 3x \ge 8$、$5x - 29 \ge 1$、$5x - 29 \le 4$。
2. 得到 $x \le 7$ 及 $6 \le x \le \frac{33}{5}$。
3. 唯一正整數是 6；每人 3 件餘 11 件，每人 5 件欠 1 件。

- 使用已知條件，寫出有根據的中間步驟。
- 準確寫出所求，並核對結果。