方程：意義、解與等式性質 — 教師解答

七上・正文 55–58 頁・基訓第 28–29 課時

以先備題判斷支援需要，投影示範及帶做，再讓學生紙筆練習。按需要選補練或延伸；此展示不保存學生答案。

教師示範 1

x＝4 是下列方程的解嗎？分別計算原方程兩邊作說明。

$$3x + 2 = 14$$

參考答案

是。左邊 3×4＋2＝14，右邊是 14。

$$x = 4$$

1. 把候選值代入完整左邊。
2. 兩邊都是 14，所以等式成立。

- 以原方程為準，每項運算都作用於等式兩邊。
- 求出解，並代回原方程或情境檢查。

帶做 2

三本同價簿加一次 2 元包裝費，共 17 元。設每本簿 x 元，列方程並求 x。

1. 簿本費用＝____；總額方程：____＝17。
2. 同減 2 後：____ x＝____。
3. x＝____ 元；檢驗：____。

參考答案

3x＋2＝17，得 x＝5 元。

$$x = 5$$

1. 三本費用是 3x，固定費只加一次：3x＋2＝17。
2. 兩邊同減 2，得 3x＝15；同除以 3，得 x＝5。
3. 檢驗：3×5＋2＝17。

- 以原方程為準，每項運算都作用於等式兩邊。
- 求出解，並代回原方程或情境檢查。

先備 3

單獨的 2x＋3 是含未知數的方程嗎？指出缺少的部分。

參考答案

不是。它是代數式，沒有等號連接兩邊。

1. 式子有字母 x。
2. 方程還需要等式，本題沒有等號。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

先備 4

按本課「含未知數的等式」定義，7＋5＝12 是方程嗎？說明理由。

參考答案

它是成立的等式，但沒有未知數，所以不符合本課方程的定義。

1. 式子有等號，且兩邊相等。
2. 式子沒有未知量。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

獨立練習 5

求解，再代回檢驗。

$$2x - 3 = 7$$

參考答案

x＝5。

$$x = 5$$

1. 兩邊同加 3，得 2x＝10。
2. 同除以 2，得 x＝5；檢驗 2×5−3＝7。

- 以原方程為準，每項運算都作用於等式兩邊。
- 求出解，並代回原方程或情境檢查。

獨立練習 6

由 x＋6＝10 出發，學生兩邊同減 6，寫成 x＝4。有沒有保留相同的解？說明理由。

參考答案

有。兩邊同減一個數，而且兩個方程的解都是 x＝4。

1. （x＋6）−6＝10−6。
2. 化簡得 x＝4。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

獨立練習 7

由 x/3＝4 出發，學生兩邊同乘 3，得 x＝12。兩個方程等價嗎？

參考答案

等價。兩邊同乘非零數 3，保留解 x＝12。

1. 把完整左邊及右邊都乘 3。
2. 左邊成為 x，右邊成為 12。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

獨立練習 8

由 x＋3＝8 出發，學生只在左邊減 3，寫成 x＝8。解釋為何沒有保留原方程。

參考答案

右邊也必須減 3，正確應是 x＝5。x＝8 時，原方程左邊是 11，不是 8。

1. 合法運算是（x＋3）−3＝8−3。
2. 得 x＝5；候選值 x＝8 不符合原方程。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

離堂題 9

一個數加 7 等於 19。設該數為 x，列方程並求出該數。

參考答案

x＋7＝19，所以 x＝12。

$$x = 12$$

1. 按句意列式：x＋7＝19。
2. 兩邊同減 7，得 x＝12；檢驗 12＋7＝19。

- 以原方程為準，每項運算都作用於等式兩邊。
- 求出解，並代回原方程或情境檢查。

離堂題 10

驗證 x＝−2 是否為下列方程的解，寫出原方程兩邊的值。

$$4x + 1 = -7$$

參考答案

是：4×（−2）＋1＝−7，與右邊相等。

$$x = -2$$

1. 保留符號代入 −2：4×（−2）＋1。
2. 左邊是 −8＋1＝−7。

- 以原方程為準，每項運算都作用於等式兩邊。
- 求出解，並代回原方程或情境檢查。

補練／家課 11

5x＋2＝17 符合本課方程的定義嗎？指出兩項必要特徵。

參考答案

符合；它有等號及未知數 x。

1. 等號連接兩邊式子。
2. 左邊有未知數 x。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

補練／家課 12

由 x−4＝9 出發，兩邊同加 4，得 x＝13。結果等價嗎？

參考答案

等價；兩邊同加 4，消去左邊的 −4，右邊成為 13。

1. （x−4）＋4＝9＋4。
2. 兩個方程的解都是 x＝13。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

補練／家課 13

由 −2x＝10 出發，兩邊同除以 −2，解釋為何與 x＝−5 等價。

參考答案

−2 不是零；兩邊整體同除以 −2，得相同解 x＝−5。

1. 左邊係數成為 1。
2. 10÷（−2）＝−5，代回原式得 10。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

補練／家課 14

把 x＝3 兩邊乘 0，得到 0＝0。兩個方程的解是否相同？用具體數值檢查。

參考答案

不同。例如 x＝4 符合 0＝0，卻不符合 x＝3；乘零會失去原來限制。

1. 原方程只容許 x＝3。
2. 新等式對所有 x 都成立，包括 4。

- 準確寫出適用定義或條件。
- 用已知數值、檢查或具體反例支持結論。

進階 15

每個實數 x 都符合 x＋x＝2x 嗎？解釋時不要只試一個數。

$$x + x = 2x$$

參考答案

是；合併相同的項後，對每個實數 x 都有 2x＝2x。

1. 按合併同類項規則，左邊是 2x。
2. 兩邊對每個實數值都是同一個式子。

- 說明兩式對所有實數都相等，不只作數值試驗。

進階 16

2x＋1＝2x＋4 有解嗎？等式兩邊同作減法，再說明。

$$2x + 1 = 2x + 4$$

參考答案

無解；兩邊同減 2x 後，會要求 1＝4。

1. 兩邊同減 2x。
2. 不論選哪個 x，都不能令 1＝4 成立。

- 推出矛盾並判定無解。